

Università degli Studi di Bologna

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DISTART

**Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti,
delle Acque, del Rilevamento e del Territorio**

STUDIO DEL COMPORTAMENTO VISCO-ELASTICO DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO CON IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI

TESI di DOTTORATO in INGEGNERIA DEI TRASPORTI

SETTORE SCIENTIFICO-DISCIPLINARE ICAR/04

XIX Ciclo

Tesi di Dottorato di:

**Dott. Ing. MASSIMILIANO BRAGAGLIA
BUCCHI**

I Tutor:

Chiar.mo Prof. Ing. ALBERTO

Chiar.mo Prof. Ing. ANDREA SIMONE

Il Coordinatore:

Chiar.mo Prof. Ing. MARINO LUPI

Marzo 2007

Parole chiave:

Elementi distinti

Sovrastruttura stradale

Conglomerato bituminoso

Modelli costitutivi

Prove di laboratorio

INDICE

<i>Introduzione</i>	1
---------------------------	---

Capitolo 1: le proprietà meccaniche del conglomerato bituminoso

1. Introduzione	4
2. La qualificazione prestazionale dei conglomerati bituminosi	8
3. Il modulo di rigidezza del conglomerato bituminoso	18
4. La deformazione permanente del conglomerato bituminoso	22
4.1. I fattori responsabili della deformazione permanente	22
4.2. La deformazione permanente del bitume	24
4.3. La deformazione permanente delle miscele bituminose ideali.....	27
4.4. La deformazione permanente delle miscele reali.....	31
5. La fessurazione per fatica del conglomerato bituminoso	33
5.1. Lo studio della resistenza a fatica delle miscele bituminose	33
5.2. Le prove di laboratorio per lo studio del danno da fatica nei conglomerati bituminosi.....	36
5.3. I principali fattori che influenzano i test a fatica dei conglomerati bituminosi.....	42
5.4. Criteri di valutazione della resistenza a fatica.....	46
5.4.1. Metodo della deformazione.....	47
5.4.2. Metodo dell'energia dissipata	48
5.4.3. Leggi sperimentali di fatica	51
6. Conclusioni.....	54

Capitolo 2: modelli costitutivi del conglomerato bituminoso

1. Introduzione	57
2. Modelli al continuo	58
2.1. Modello di rigidezza	58
2.2. Modello elastico lineare	60
2.3. Modelli viscoelastici lineari.....	61
2.4. Modelli viscoelastici non lineari.....	65

2.5. Modelli elastoplastici	66
2.6. Modelli viscoplastici	72
2.7. Modelli elasto-visco-plastici	79
3. Modelli micromeccanici	82
3.1. Modello di <i>creep</i> del film sottile di bitume	83
3.2. Modello microstrutturale.....	83
3.3. Modello ad elementi distinti particellari	90
4. Il comportamento meccanico del film sottile di bitume.....	98
5. Conclusioni.....	101

*Capitolo 3: modellazione del materiale granulare con il metodo degli elementi
distinti particellari*

1. Introduzione	103
2. Sviluppi e applicazione del <i>DEM</i>	104
3. Il codice di calcolo <i>Particle Flow Code (PFC)</i>	110
3.1. Il funzionamento qualitativo del <i>software</i>	110
3.2. Procedura di calcolo	111
3.2.1. La legge forza-spostamento	114
3.2.2. Le equazioni del moto.....	117
3.2.3. La legge di smorzamento.....	118
3.2.4. L'intervallo di tempo critico.....	119
4. Conclusioni.....	121

*Capitolo 4: modellazione con il metodo degli elementi distinti particellari della
prova Marshall*

1. Introduzione	122
2. Descrizione della prova <i>Marshall</i>	123
3. La modellazione del provino	123
3.1. Definizione della geometria del modello	124
3.2. Definizione del modello di legame	127
4. La simulazione della prova.....	131
5. Analisi dei risultati della simulazione.....	145

6. Conclusioni.....	149
---------------------	-----

Capitolo 5: modellazione con il metodo degli elementi distinti particellari della prova ITSM

1. Introduzione	150
2. Descrizione del <i>test ITSM</i>	151
3. La modellazione del provino	153
3.1. Definizione della geometria del modello	153
3.2. Definizione del modello di legame	154
4. La simulazione della prova.....	157
5. Analisi dei risultati della simulazione.....	171
6. Conclusioni.....	173

Capitolo 6: modellazione con il metodo degli elementi distinti particellari di una sovrastruttura flessibile

1. Introduzione	174
2. Modello <i>DEM</i> della sovrastruttura flessibile	175
2.1. Definizione della geometria del modello	175
2.2. Annullamento delle forze non bilanciate interne al modello <i>DEM</i>	178
2.3. Definizione dei legami di contatto inerenti ai diversi strati del modello <i>DEM</i>	179
3. Simulazione del modello <i>DEM</i> sollecitato con impronte circolari	182
4. Analisi dei risultati della simulazione.....	188
5. Conclusioni.....	207

Capitolo 7: conclusioni

209

Appendice: correlazione tra parametri microscopici e macroscopici per un mezzo granulare.....

214

Bibliografia

224

INTRODUZIONE

L'approccio tradizionale alla modellazione dei conglomerati bituminosi consiste nel simulare la risposta meccanica macroscopica mediante modelli costitutivi basati sulla teoria del mezzo continuo.

La miscela viene quindi sottoposta a prove di tipo statico e dinamico in un ampio intervallo di condizioni inerenti all'intensità della forza, alla velocità di applicazione del carico ed alla temperatura; i risultati sperimentali, inseriti nel modello costitutivo macroscopico, riproducono poi il comportamento previsto in laboratorio.

Si adottano in genere programmi ad elementi finiti che implementano equazioni costitutive non lineari finalizzate alla simulazione di effetti dinamici, viscosi e plastici.

Tali equazioni cercano inoltre di riprodurre il comportamento anisotropo della miscela, dipendente dall'assortimento granulometrico dell'aggregato, dalla forma delle particelle e dalla reologia del legante.

I modelli costitutivi basati sulla teoria del mezzo continuo non consentono però lo studio della correlazione esistente tra la deformazione macroscopica della miscela e la corrispondente modifica strutturale microscopica.

La risposta deformativa del conglomerato bituminoso dipende infatti dal meccanismo microscopico di spostamento relativo tra coppie di particelle, definito in base alle proprietà di contatto delle particelle coese mediante bitume ed allo spessore del relativo film.

Nella presente tesi si fa quindi una rassegna preliminare delle tipologie di *mix design* attualmente in uso per la determinazione della "ricetta" ottima, che massimizza le proprietà meccaniche del conglomerato bituminoso. Si elencano inoltre le proprietà della miscela e dei relativi componenti per la progettazione del conglomerato, evidenziando il tipo di specifica ed il metodo di prova finalizzati alla qualificazione del materiale in base alla norma UNI EN 13108-20 (capitolo 1).

Vengono poi studiate le proprietà di rigidità della miscela e resistenza alle deformazioni permanenti ed alla fatica (capitolo 1), analizzando fattori di influenza e modelli analitici per la rappresentazione della risposta meccanica alle sollecitazioni statiche e dinamiche. Il conglomerato presenta infatti un comportamento meccanico dipendente dalla temperatura, dall'intensità massima della sollecitazione e dalla frequenza di carico.

In base alle diverse combinazioni di tali fattori il materiale sviluppa conseguentemente delle deformazioni che possono essere riprodotte con i seguenti modelli costitutivi (capitolo 2):

- *modelli basati sulla teoria del mezzo continuo:*
 - modello di rigidità;
 - modello elastico lineare;
 - modelli viscoelastici lineari;
 - modelli viscoelastici non lineari;
 - modelli elasto-plastici;
 - modelli visco-plastici;
 - modelli visco-elasto-plastici;
- *modelli microscopici.*

Utilizzando un modello viscoelastico microscopico è stata quindi investigata, mediante il Metodo degli Elementi Distinti Particellari, la correlazione tra i parametri rappresentativi della struttura granulare e la risposta macroscopica del conglomerato sollecitato con forze di tipo statico e dinamico, al fine di comprendere i processi fisici alla base del corrispondente stato tenso-deformativo.

Con il *software PFC* (capitolo 3) sono state innanzitutto modellate le prove *Marshall* ed *ITSM*, calibrando i corrispondenti parametri di rigidità microscopici con il modello di *Burger* in base ai valori delle grandezze macroscopiche desunti in laboratorio dai *test*. Sia per i modelli 2D del *Marshall test* (capitolo 4), sia per quello 3D della prova *ITSM* (capitolo 5) sono state rappresentate le forze di contatto interne al corpo, l'andamento delle tensioni normali nei piani diametrali rispettivamente orizzontale e verticale ed infine le forze e le deformazioni caratterizzanti il generico modello durante le simulazioni.

È stata successivamente eseguita la modellazione 3D ad elementi distinti particellari di una sovrastruttura flessibile caricata con impronte circolari, calibrando i parametri microscopici mediante un'equazione basata sulla distribuzione dei contatti nella superficie di frontiera della generica particella.

Le tensioni e le deformazioni determinate alle interfacce del modello *DEM* sono state poi confrontate con le corrispondenti calcolate, per la medesima pavimentazione, con il codice di calcolo *BISAR* (capitolo 6).

Le simulazioni eseguite con il *software PFC* hanno quindi permesso di investigare l'influenza della granulometria e della forma delle particelle sulla risposta macroscopica del sistema.

È stato inoltre valutato il grado di approssimazione dei modelli *DEM* alla realtà fisica del problema; i carichi esterni inducono infatti nel materiale granulare una perturbazione formata da distribuzioni delle forze di contatto e delle deformazioni interparticellari, non congruente con l'approccio tenso-deformativo ipotizzato, in base alle leggi della meccanica classica, per un mezzo omogeneo, continuo ed isotropo.

CAPITOLO 1

LE PROPRIETÀ MECCANICHE DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

1. INTRODUZIONE

Le miscele bituminose sono materiali granulari formati da una fase litica con vuoti interparticellari e da una fase legante rappresentata dal bitume; il loro comportamento meccanico è influenzato dalle proprietà dell'aggregato, dal tenore di legante e dalle tecniche di modifica adottate per il bitume. La risposta della miscela alle sollecitazioni dipende quindi dall'interazione fisico-chimica tra le fasi costituenti; il conglomerato resiste infatti a compressione mediante il trasferimento degli sforzi, attraverso i relativi punti di contatto, ai diversi grani dello scheletro litoide; il bitume forma invece film sottili sulla superficie dei grani, saldandoli reciprocamente e consentendo quindi alla miscela di resistere a trazione, a taglio e di poter sviluppare elevate deformazioni (*Masad e Niranjana*, 2002).

Il comportamento di un conglomerato bituminoso dipende inoltre dalla temperatura, dalla frequenza e dal numero di applicazioni del carico; lo stato deformativo della struttura colloidale del bitume è infatti influenzato, a differenza dei fluidi *Newtoniani*, sia dal tipo di sollecitazione meccanica, sia dal tempo di applicazione della forza (*Madella*, 2000).

Al fine di studiare lo stato tenso-deformativo sviluppato nella miscela da forze statiche e dinamiche, è stato quindi necessario definire in termini prestazionali i materiali costituenti le diverse fasi ed il conglomerato bituminoso.

La fase legante è stata inizialmente qualificata mediante la comparazione dei risultati di prove di tipo empirico, eseguite in laboratorio, con le prestazioni riscontrate in sito nei conglomerati; tali prove sono quindi divenute nel tempo la base di un sistema di specifiche finalizzate alla valutazione tecnica e commerciale del legante utilizzato in campo stradale.

I principali *test* tradizionali condotti sui bitumi sono: la prova di *Penetrazione* rappresentativa della consistenza del legante, la prova *Palla e Anello* finalizzata alla determinazione del punto di rammollimento alle alte temperature, la prova *Fraass* necessaria all'individuazione della temperatura di innesco della fessurazione alle basse temperature e quella di *Duttilità* che misura la rottura per trazione (Figure 1.1.a, 1.1.b, 1.2.a e 1.2.b).

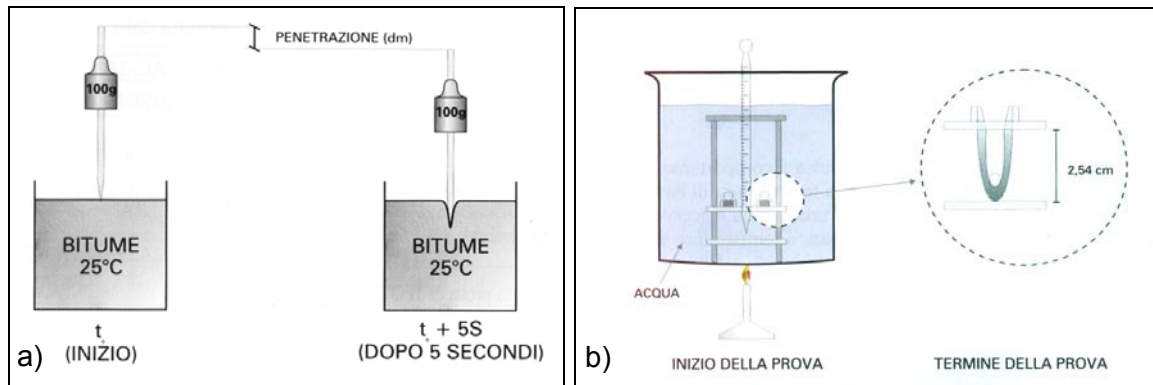


Figura 1.1: a) Schema della prova di penetrazione – b) Schema della prova palla e anello

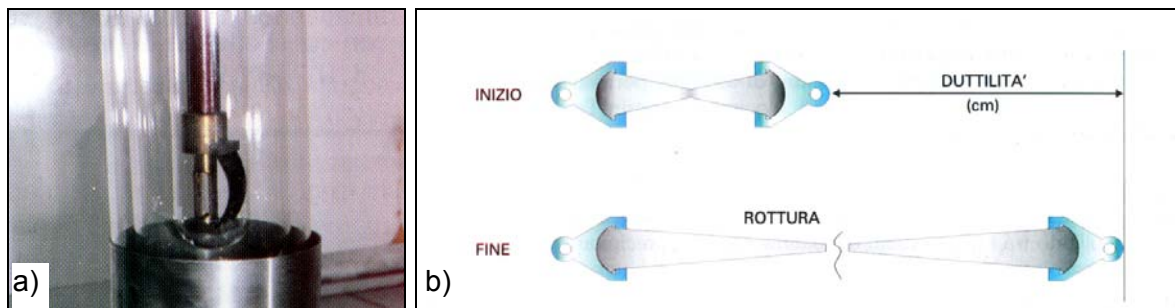


Figura 1.2: a) Prova per la determinazione del punto di rottura Fraass – b) Schema della prova di duttilità

Tali prove non hanno però permesso di caratterizzare completamente la natura viscoelastica del bitume, per la quale un qualunque stato tensionale può essere critico, attivando il meccanismo della rottura, in base alla temperatura, al tempo ed alla modalità di applicazione della forza.

È stato quindi necessario qualificare i bitumi secondo la loro reologia, per stabilire l'effettivo legame esistente con i principali fenomeni di deterioramento della sovrastruttura quali l'ormaiamento, la fessurazione a fatica e la rottura per rigidità alle basse temperature.

Alle prove tradizionali sono state quindi affiancate quelle reologiche che permettono di verificare la variazione dei diversi parametri rappresentativi della viscoelasticità del legante in funzione della temperatura, della frequenza e dell'ampiezza del carico, al fine di indagarne il comportamento nelle diverse condizioni operative.

Le apparecchiature adottate sono i reometri per analisi meccaniche-dinamiche del legante, tra i quali figurano: il *Dynamic Shear Rheometer (DSR)* che misura il modulo complesso G^* e l'angolo di fase δ , il *Bending Beam Rheometer (BBR)* per il calcolo della rigidezza flessionale $S(t)$, il *Direct Tension Test (DTT)* che fornisce l'allungamento a rottura di un campione di bitume sottoposto a trazione ed il *Rotational Viscometer (RV)* con il quale è possibile determinare la viscosità η (Figure 1.3.a e 1.3.b).

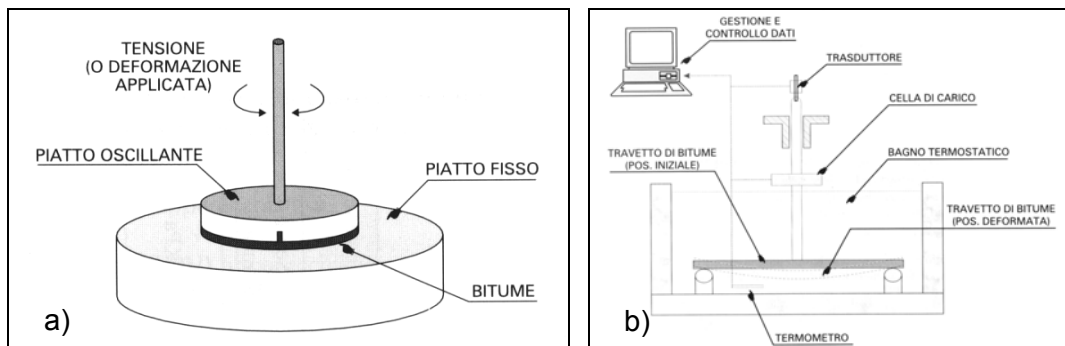


Figura 1.3: a) Schema del DSR – b) Schema del BBR

Un concetto importante non previsto dalle prove empiriche ed introdotto nei *test* reologici è quello dell'invecchiamento a breve termine con la procedura *Rolling Thin Film Oven* ed a lungo termine con il *test Pressure Aging Vessel*.

Le operazioni di invecchiamento permettono di simulare in laboratorio le trasformazioni subite dal legante durante il confezionamento della miscela, a causa delle alte temperature e della volatilizzazione degli oli leggeri, ed in esercizio durante i primi 5-10 anni di vita utile della pavimentazione (*Roberts, 1996*).

Diversamente dal bitume la qualificazione degli aggregati per conglomerati bituminosi avviene invece mediante la determinazione dei corrispondenti requisiti geometrici, fisico-meccanici e chimici.

La caratterizzazione geometrica consiste, ad esempio, nella determinazione della curva granulometrica del materiale con il metodo della setacciatura e nella successiva definizione, per la frazione media e grossa, della forma dei grani mediante l'*indice di forma* ed il *coefficiente di appiattimento*.

Il materiale lapideo viene successivamente qualificato secondo i requisiti fisici e meccanici, calcolando le densità *apparente*, dei grani *pre-essicati in stufa* ed in *condizioni di saturazione a superficie asciutta*, valutando inoltre la *gelività* e l'*idrofilia* e determinando infine le seguenti resistenze: all'usura con il *coefficiente Micro-Deval*, alla frammentazione con il *coefficiente Los Angeles*, al martellamento con il *valore d'Urto* ed all'azione levigante dei pneumatici mediante il *coefficiente di levigabilità accelerata*.

Il comportamento meccanico della frazione grossa e media di un materiale granulare sollecitato con forze cicliche viene inoltre definito attraverso il *modulo resiliente* M_r , dato dal rapporto tra la differenza delle tensioni principali verticale ed orizzontale σ_d e la deformazione assiale di recupero ε_{ra} ; tale modulo si ritiene rappresentativo, a differenza del *modulo di elasticità* E , della deformazione plasto-viscosa che non può essere recuperata dall'aggregato dopo la cessazione della forza di compressione.

È infine necessario studiare la risposta della miscela bituminosa a sollecitazioni statiche e dinamiche, mediante prove di laboratorio finalizzate alla determinazione della corrispondente rigidità e delle resistenze del conglomerato a fenomeni di deterioramento della pavimentazione come l'ormaiamento e la fatica.

Nei paragrafi successivi verranno quindi analizzate le diverse tipologie di prove per la qualificazione prestazionale delle miscele bituminose, evidenziando la correlazione tra i *test* e le proprietà fondamentali alla base dei fenomeni di degrado della sovrastruttura ed elencando inoltre i principali fattori che influenzano la resistenza a fatica ed alle deformazioni permanenti di un conglomerato bituminoso.

2. LA QUALIFICAZIONE PRESTAZIONALE DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI

Negli ultimi 20 anni le pavimentazioni sono state maggiormente sollecitate dal traffico veicolare a causa dell'incremento dei carichi per asse e del numero di mezzi circolanti lungo la rete viaria. Una presa di coscienza, da parte della società, nei confronti di temi quali la sicurezza stradale, il comfort di guida, l'inquinamento e la rumorosità prodotti dal traffico, hanno quindi orientato i progettisti alla ricerca di soluzioni finalizzate all'aumento della resistenza e della vita utile delle sovrastrutture.

In questo contesto grande attenzione è stata data alla qualificazione prestazionale delle miscele bituminose, largamente utilizzate nelle pavimentazioni flessibili e semirigide, mediante l'adozione di prove di laboratorio più attendibili nella previsione delle prestazioni attese in sito.

Accanto alle prove **empiriche**, che hanno rappresentato il punto di partenza nella comprensione della risposta meccanica delle miscele alle sollecitazioni indotte dal traffico, sono stati sviluppati diversi *test* classificati rispettivamente come **fondamentali** oppure **simulativi** (*Bonnot*, 1983).

Tali prove di tipo meccanico, prese singolarmente, non danno indicazione completa delle qualità che la miscela deve possedere in sito, soprattutto per quanto concerne la sua durabilità.

Le prove empiriche non sviluppano nei provini lo stato tenso-deformativo dei conglomerati in sito e determinano quindi in modo grossolano le caratteristiche prestazionali delle miscele.

Le prove di tipo fondamentale valutano invece le proprietà intrinseche delle miscele che vengono inserite negli algoritmi di previsione delle caratteristiche prestazionali delle pavimentazioni; tali prove, stabilendo precise correlazioni con le condizioni di carico agenti sulla sovrastruttura, interpretano quindi con maggiore attendibilità lo stato tenso-deformativo dei conglomerati bituminosi in opera.

Le prove di tipo simulativo riproducono infine in laboratorio i diversi processi che le miscele subiscono in sito nelle fasi di preparazione, stesa, compattazione e nel corso della vita utile della sovrastruttura.

Il processo di compattazione della miscela viene, ad esempio, simulato in laboratorio con la pressa giratoria oppure col compattatore a rullo, mentre lo stato tenso-deformativo interno alla sovrastruttura sollecitata con carichi ciclici viene riprodotto mediante il *wheel tracking test* in scala reale.

Lo sviluppo di nuove tipologie di prove per la valutazione delle caratteristiche delle miscele, ha orientato i ricercatori verso procedure di *mix design* idonee a risolvere specifici problemi; la progettazione della miscela può quindi essere eseguita con metodi formulati in base alle proprietà dei componenti ed agli spessori degli strati.

Sono miscele concepite con questa metodologia rispettivamente lo *Stone Mastix Asphalt*, il *Gussasphalt*, l'*Hot Rolled Asphalt*, il *Porous Asphalt*, il *Thin* e *Ultra-Thin Asphalt* ed infine il *Very Soft Asphalt*; tali conglomerati, unitamente all'*Asphalt Concrete*, coprono quasi interamente l'elenco dei materiali utilizzati in ambito europeo per la realizzazione e la manutenzione delle pavimentazioni bituminose e sono soggette, da parte della Unione Europea, ad una armonizzazione in base al mandato *CEN TC 227*.

Le diverse fasi della progettazione di una miscela sono formate da procedure e prove finalizzate alla selezione degli aggregati, della loro granulometria, del tipo di legante, del polimero modificante e del contenuto di bitume modificato, al fine di ottenere una ricetta bitume-aggregato che soddisfi pienamente le specifiche richieste.

Lo studio, per le miscele bituminose, di una ricetta che permetta di realizzare in sito contemporaneamente le proprietà richieste, presenta delle difficoltà imputabili alle caratteristiche fisico-chimiche dei componenti ed alle modalità di interazione aggregato-bitume.

Lo scopo del *mix-design* è quindi quello di formulare una miscela che sia la più economica possibile in relazione ai seguenti requisiti:

- sufficiente tenore di legante per assicurare la durabilità;
- sufficiente percentuale dei vuoti nell'aggregato minerale;
- sufficiente adesione del legante ai grani per evitare il fenomeno della separazione;
- sufficiente lavorabilità della miscela per permettere la stesa e la compattazione degli strati legati evitando il rischio di segregazione;
- assenza di effetti dannosi imputabili all'azione dell'aria e dell'acqua;
- caratteristiche prestazionali della miscela sufficienti a garantire una vita di impiego maggiore od uguale alla vita utile della pavimentazione.

I metodi di progettazione delle miscele vengono classificati nelle seguenti sei categorie: per “ricetta”, empirici, analitici, volumetrici, *performance-related* e *performance-based* [2].

Con il metodo della “**ricetta**” l'ottimizzazione delle proprietà del conglomerato viene effettuata in base alla conoscenza della composizione di miscele tradizionali, costituenti pavimentazioni soggette a determinate condizioni di traffico e con buone prestazioni nel lungo periodo.

La definizione dell'*optimum* con il metodo **empirico**, per le diverse variabili caratterizzanti la miscela, avviene invece mediante prove empiriche di tipo meccanico, basate su specifiche che si evolvono nel tempo in base all'esperienza pregressa.

Il metodo **analitico**, al contrario di quello empirico, determina la composizione della miscela senza considerare *test* di laboratorio e basandosi unicamente sull'implementazione di appositi sistemi di equazioni mediante l'uso dell'elaboratore.

Il metodo **volumetrico**, definisce infine il contenuto ottimo nella miscela di aggregato, bitume e vuoti interparticellari, con specifiche tecniche che simulano il processo di compattazione del materiale dopo la stesa.

La progettazione moderna del conglomerato bituminoso si basa invece sul seguente concetto: il rapporto tra i diversi componenti della miscela viene stabilito al fine di ottenere l'*optimum* prestazionale in base alla tipologia ed all'entità del traffico, alle condizioni ambientali ed ai fattori strutturali, caratterizzanti la sovrastruttura durante la vita utile; le prestazioni della miscela vengono quindi valutate anche in base all'adempimento, nella futura pavimentazione, delle funzioni previste ed all'osservanza delle richieste attese.

Sono stati sviluppati, secondo questa impostazione, i metodi **performance-related** e **performance-based**, che combinano le prove di tipo fondamentale e simulativo al fine di ottenere la massima correlazione tra i risultati dei *test* di laboratorio, eseguiti per ampi intervalli di carico e temperatura, ed il comportamento meccanico del materiale in sito.

Il metodo **performance-related** ottimizza la ricetta valutando in laboratorio, con prove di tipo fondamentale e simulativo, le proprietà del conglomerato e dei componenti correlate, mediante relazioni quantitative, con le caratteristiche prestazionali della sovrastruttura.

Le relazioni utilizzate dai ricercatori nel metodo **performance-related** si dividono in due tipologie che sono rispettivamente quella primaria e quella secondaria [17].

Le primarie sono relazioni tra i parametri di previsione e gli indicatori della prestazione, formate da numerose variabili che non possono essere totalmente controllate durante la realizzazione della sovrastruttura.

Una relazione primaria è, ad esempio, la correlazione tra il modulo di rigidezza di uno strato legato ed il numero di ripetizioni di carico necessario alla rottura dell'elemento della sovrastruttura.

Le secondarie sono invece relazione tra i parametri di previsione della prestazione e quelle caratteristiche del conglomerato bituminoso che possono essere controllate durante la fase costruttiva della sovrastruttura, come ad esempio il tenore di bitume.

I parametri primari sono quindi correlati direttamente alle caratteristiche prestazionali di una pavimentazione, mentre quelli secondari sono indirettamente legati a tali caratteristiche e possono essere sostituiti ai primi solamente in presenza di comprovati e precisi legami tra i fattori.

In figura 1.4 sono indicate le differenti fasi del metodo *performance-related*, che utilizza un sistema formato da più equazioni definite in base alle variabili riportate in tabella 1.1 [50].

I metodi di progettazione delle miscele di tipo *performance-based*, utilizzano invece specifiche finalizzate alla descrizione delle proprietà fondamentali della miscela (ad esempio il modulo resiliente, la resistenza alle deformazioni permanenti ed alla fatica), contenute nelle relazioni di base con le quali è possibile prevedere, per una prestabilita vita d'impiego, l'evoluzione nel tempo delle diverse caratteristiche prestazionali della sovrastruttura in diverse condizioni ambientali e di traffico [2].

Tabella 1.1: Variabili inserite nelle relazioni del metodo *performance-related*

Variabile	Fattore	Esempi
Variabili primarie dipendenti	Indicatori dello stato tensionale	- Deformazione - Deflessione
	Indicatori del degrado della sovrastruttura	- Rottura - Ormaiamento - Rugosità
	Indicatori della prestazione della sovrastruttura	- Carico cumulativo a rottura
	Indicatori dei costi	- Costi singoli e totali della pavimentazione durante la sua vita utile
Fattori primari di previsione della prestazione	Fattori correlati al traffico	- Assi equivalenti di carico
	Fattori correlati all'ambiente	- Climatici - Fondo stradale
	Fattori correlati alla struttura	- Proprietà dei materiali - Fasi esecutive
Fattori secondari di previsione della prestazione	- Fattori sostituibili ai primari - Fattori di controllo	- CBR come sostitutivo del modulo

Le specifiche basate sulle caratteristiche prestazionali di una pavimentazione necessitano quindi di una conoscenza approfondita delle relazioni di base che intercorrono tra una determinata prestazione della sovrastruttura, come ad esempio la resistenza all'ormaiamento, e quelle proprietà meccaniche della miscela, come ad esempio la resistenza alla fatica ed il modulo di rigidità, che sono all'origine dell'innescio e dello sviluppo del corrispondente fenomeno di deterioramento.

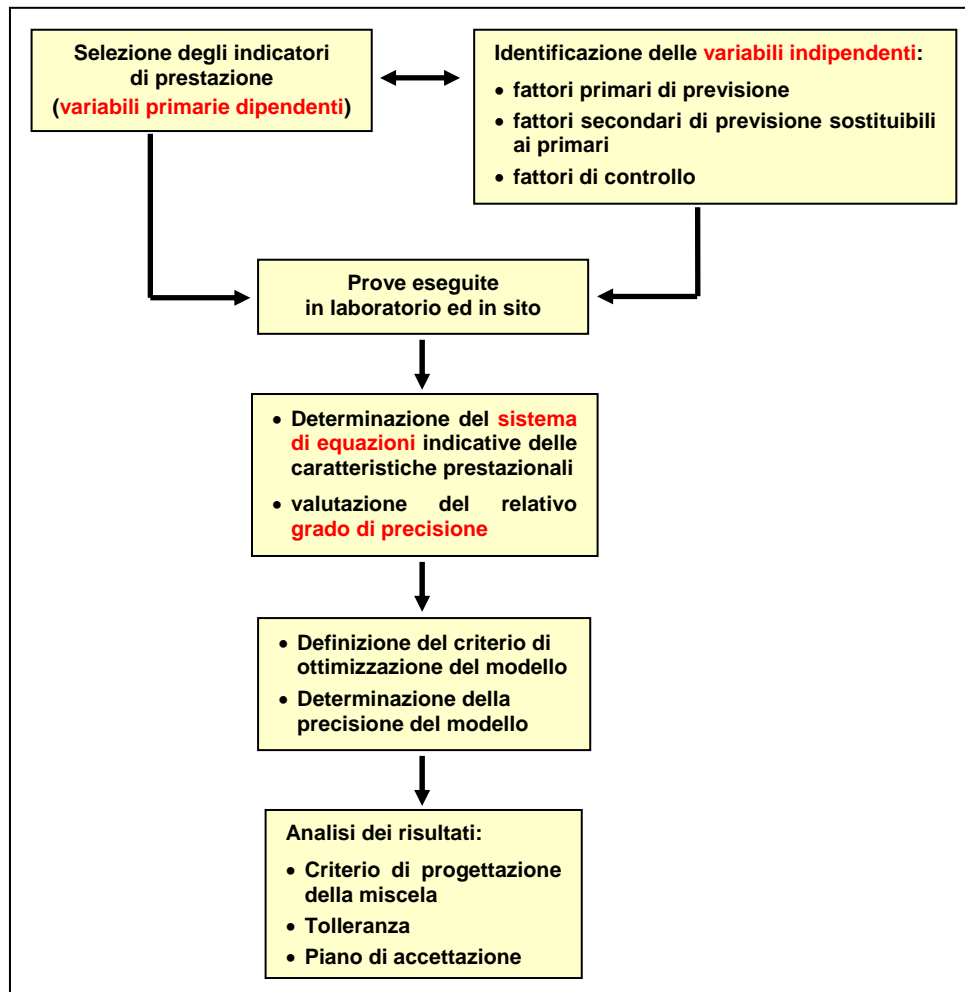


Figura 1.4: Fasi del metodo basato sulle specifiche *performance-related*

I nuovi metodi di *mix design* ricercano quindi un *optimum* di composizione della miscela finalizzato ad assicurare livelli prestazionali minimi predefiniti e non il massimo valore delle singole proprietà meccaniche.

Sono esempi di questa nuova concezione di progettazione dei conglomerati bituminosi i metodi *SHRP Superpave* livelli 2 e 3 e *SHRP-A-698*, l'approccio anglosassone della *Nottingham University* e quello francese, l'*Australian NARC* livelli 2 e 3, il metodo finlandese *ASTO/Asphalt Specifications* e le linee guida *Dutch CROW*.

I metodi *SHRP*, *ASTO* e *NARC*, contengono distinti livelli con prove finalizzate al conseguimento di un'elevata affidabilità durante il processo di *mix design*; i test di laboratorio consentono infatti la definizione di una procedura idonea ad ottimizzare il livello di servizio della pavimentazione, in funzione dei carichi, senza massimizzare una prestazione rispetto alle altre.

Diverse nazioni hanno adottato più tipi di *mix design*, che sono stati successivamente sviluppati ed integrati secondo le esperienze condotte sul loro territorio; in tabella 1.2 si riportano i metodi di progettazione delle miscele attualmente previsti dalle principali specifiche esistenti [58].

Tabella 1.2: Metodi di *mix design* adottati nelle principali specifiche nazionali

Specifica/Organizzazione	Nazione	Categoria <i>mix design</i>
<i>NARC'96-I-III</i>	Australia	- "Ricetta" - Volumetrico - <i>Performance-related</i>
<i>ASTO/PANK'95</i>	Finlandia	- "Ricetta" - Volumetrico - <i>Performance-related</i>
<i>AFNOR</i>	Francia	- "Ricetta" - Volumetrico - <i>Performance-related</i>
<i>DIN</i>	Germania	- "Ricetta" - Empirico
<i>CROW</i>	Olanda	- Volumetrico - <i>Performance-related</i>
<i>BS 594/598</i>	Gran Bratagna	- "Ricetta" - Empirico
<i>Asphalt Institute</i>	Stati Uniti	- "Ricetta" - Empirico
<i>SHRP Superpave</i>	Stati Uniti	- Volumetrico - <i>Performance-related</i> - <i>Performance-based</i>

I metodi di ottimizzazione della ricetta basati sulle specifiche relative alle caratteristiche prestazionali della pavimentazione, permettono quindi di confezionare conglomerati che rappresentano un punto di equilibrio tra i costi di realizzazione della sovrastruttura e la qualità attesa in sito per il materiale.

In Italia le proprietà dei conglomerati bituminosi contenute nelle relazioni di base per la previsione delle caratteristiche prestazionali della pavimentazione e nelle relazioni primarie o secondarie connesse alle prestazioni della sovrastruttura, sono riportate nell'allegato B della norma UNI-EN 13108-20.

In tabella 1.3 sono elencate le proprietà *performance-based* e *performance-related* contenute nella norma citata in precedenza, indicando inoltre per ciascuna specifica la corrispondente prova di caratterizzazione ed il relativo riferimento normativo.

In tale tabella figurano anche specifiche, denominate prescritzionali, che sono in qualche modo correlate ai fenomeni di degrado della sovrastruttura, ma per le quali non è stato ancora dimostrato il legame esistente con specifici fenomeni di deterioramento del materiale in sito.

Si ricorda infine che le principali proprietà delle miscele bituminose utilizzate nei moderni metodi di *mix design* sono le seguenti: il modulo di rigidezza, la resistenza alle deformazioni permanenti e la resistenza a fatica.

Tabella 1.3: Classificazione delle prove sulle miscele bituminose in base al tipo di relazione prestazionale – allegato B della UNI-EN 13108-20

Proprietà	Tipo di specifica	Norma relativa al metodo di prova
Contenuto di legante	prescrizionale	UNI-EN 12697-1 e -39
Granulometria	prescrizionale	UNI-EN 12697-2
Caratteristiche dei vuoti di provini bituminosi nel caso $V_{\max} \leq 7\%$	prescrizionale	UNI-EN 12697-8 - Densità volumetrica: EN 12697-6 procedura B - Densità massima: EN 12697-5 procedura A
Caratteristiche dei vuoti di provini bituminosi nel caso $7\% < V_{\max} < 10\%$	prescrizionale	UNI-EN 12697-8 - Densità volumetrica: EN 12697-6 procedura C - Densità massima: EN 12697-5 procedura A
Caratteristiche dei vuoti di provini bituminosi nel caso $V_{\max} \geq 10\%$	prescrizionale	UNI-EN 12697-8 - Densità volumetrica: EN 12697-6 procedura D - Densità massima: EN 12697-5 procedura A
Contenuto dei vuoti nel provino dopo la compattazione con pressa giratoria	prescrizionale	UNI-EN 12697-31
Sensibilità all'acqua	<i>performance-related</i>	UNI-EN 12697-12
Resistenza all'abrasione da parte di pneumatici chiodati	<i>performance-related</i>	UNI-EN 12697-16, metodo A
Resistenza alle deformazioni permanenti: - Max carico per asse <13 ton	<i>performance-related</i> ^(a)	UNI-EN 12697-22 Metodo della traccia delle ruote (<i>Wheel tracking</i>) con ruota piccola
Resistenza alle deformazioni permanenti: - Max carico per asse ≥ 13 ton	<i>performance-related</i> ^(a)	UNI-EN 12697-22 Metodo della traccia delle ruote (<i>Wheel tracking</i>) con ruota grande
Resistenza alle deformazioni permanenti	<i>performance-related</i> ^(b)	UNI-EN 12697-34 Prova <i>Marshall</i>
Resistenza alle deformazioni permanenti	<i>performance-based</i>	UNI-EN 12697-25 Prova triassiale di compressione
Rigidezza	<i>performance-based</i>	UNI-EN 12697-26
Resistenza a fatica con <i>two point fatigue criteria</i>	<i>performance-based</i>	UNI-EN 12697-24, allegato A
Resistenza a fatica con <i>four point fatigue criteria</i>	<i>performance-based</i>	UNI-EN 12697-24, allegato D
Resistenza al carburante	<i>performance-based</i> ^(b)	UNI-EN 12697-43
Resistenza ai fluidi antighiaccio	<i>performance-based</i> ^(b)	UNI-EN 12697-41
(a) requisiti delle miscele bituminose per le strade e le aree pavimentate ad eccezione di quelle aeroportuali (b) requisiti delle miscele bituminose solo per pavimentazioni aeroportuali		

Modulo di Rigidezza

Il modulo elastico di una pavimentazione misura la capacità delle miscele, costituenti i diversi strati, di diffondere nella sovrastruttura il carico esercitato nel piano viabile dalle aree di impronta dei pneumatici del veicolo.

Il valore di tale modulo, dipendente dalla temperatura e dalla velocità di applicazione del carico, è definito del rapporto tra la tensione monoassiale σ e la corrispondente deformazione ε .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (1.1)$$

Il modulo di *Young* descrive il comportamento elastico di una miscela sollecitata in modo statico o dinamico ma non può ritenersi idoneo alla rappresentazione della risposta viscoelastica del materiale.

È stato quindi definito, per modellare tale comportamento meccanico del conglomerato, il modulo di rigidezza a trazione indiretta S_m che viene calcolato, in presenza di determinate condizioni al contorno, mediante la prova dinamica non distruttiva *ITSM* [5].

La prova si svolge con una apparecchiatura che sottopone il provino a 5 cicli di carico e scarico, durante i quali la forza verticale cresce con *rise time* di 124 ms provocando una deformazione diametrale orizzontale pari a 5 μm .

Il valore del modulo di rigidezza viene valutato con la (1.2) in base al valore massimo L della forza verticale, alla corrispondente deformazione diametrale orizzontale D ed al coefficiente di *Poisson* ν del conglomerato bituminoso.

$$S_m = \frac{L}{(D \cdot s)} \cdot (\nu + 0.27) \quad (1.2)$$

Resistenza alla deformazione permanente

La deformazione permanente di una pavimentazione stradale, denominata ormaiamento, si sviluppa nella sovrastruttura per accumulo nel tempo di deformazioni irreversibili di piccola entità causate da forze cicliche.

Tali deformazioni di piccola entità rappresentano la risposta visco-elastica della miscela ai carichi dinamici ed in presenza della ripetizione del carico vengono progressivamente accumulate fino alla creazione di un esteso stato deformativo della sovrastruttura [26].

Resistenza a fatica

La rottura per fatica di una pavimentazione avviene in due fasi, che sono rispettivamente la fase di innesco e quella di propagazione della frattura, causate dalla ripetizione nel tempo di stati deformativi indotti negli strati legati da sforzi di trazione; la prima fase consiste nella generazione e nella saldatura reciproca delle microfratture, la seconda è invece relativa alla propagazione nella sovrastruttura delle macro-fratture.

Attualmente esistono prove complesse che permettono di stimare la resistenza a fatica della miscela nella fase di innesco della micro-frattura, ma non sono in grado di misurare correttamente l'evoluzione temporale della fessurazione del materiale durante la seconda fase.

Per una caratterizzazione completa della resistenza a fatica di una miscela bituminosa si deve quindi considerare innanzitutto la rigidità del conglomerato, correlata alla propagazione delle macro-fratture, e complessi metodi di prova che producono risultati non sempre estendibili alle pavimentazioni in sito (Read, 1996).

3. IL MODULO DI RIGIDEZZA DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

Il modulo di rigidità del conglomerato bituminoso viene definito come il valore assoluto del modulo complesso E^* , rappresentativo dello risposta tenso-deformativa per un materiale con comportamento viscoelastico.

Il modulo complesso è quindi ottenuto, per la miscela sollecitata da forze cicliche, mediante la composizione vettoriale delle componenti elastica reversibile E_1 e viscosa irreversibile E_2 (figura 1.5).

$$E^* = E_1 + iE_2 \quad (1.3)$$

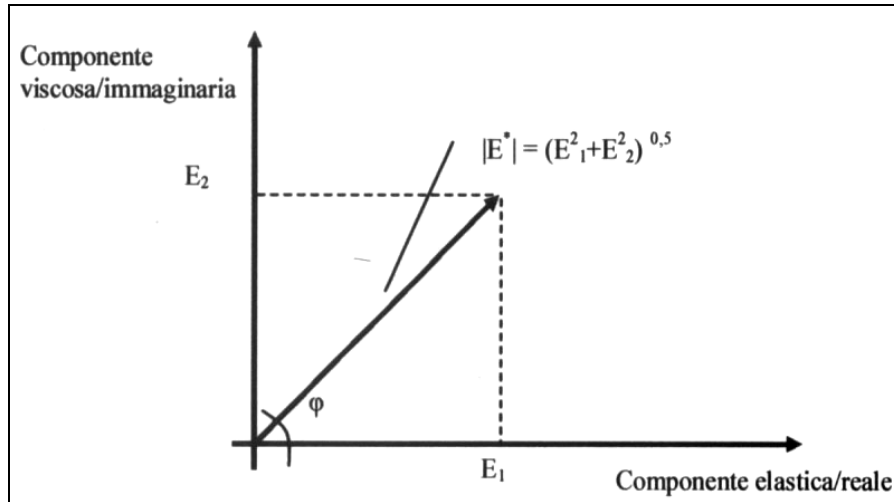


Figura 1.5: Rappresentazione del modulo dinamico E^* nel piano complesso

Tali componenti vengono calcolate con *test* dinamico a carico monoassiale sinusoidale, previa valutazione dei seguenti parametri: intensità massima della forza F_0 , periodo ω e tempo t di applicazione del carico, fattori di forma γ e massa μ per il provino [3].

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad (1.4)$$

Il materiale durante la prova sviluppa infatti una deformazione sinusoidale D avente la frequenza del carico e sfasata rispetto alla sollecitazione di un angolo di fase φ (figura 1.6).

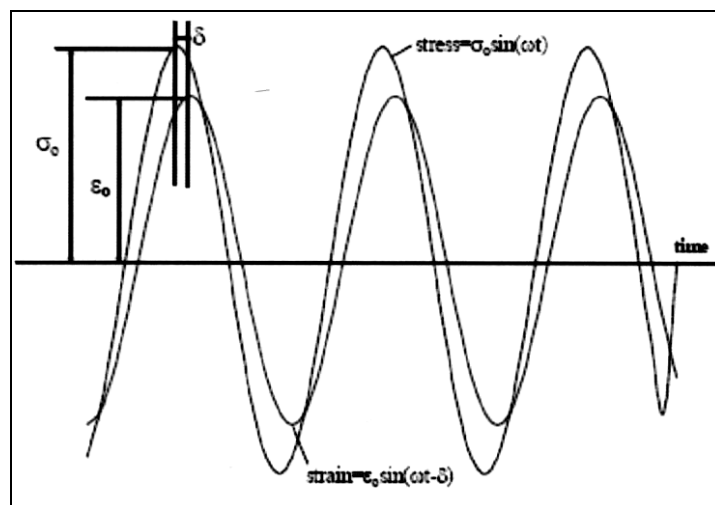


Figura 1.6: Variazione nel tempo della deformazione per un provino sollecitato con forza sinusoidale

$$E_1 = \gamma \left(\frac{F}{D} \cos \varphi + \mu \omega^2 \right) \quad (1.5)$$

$$E_2 = \gamma \left(\frac{F}{D} \sin \varphi \right) \quad (1.6)$$

Il modulo di rigidezza può inoltre essere determinato mediante la prova dinamica di trazione indiretta eseguita con provini cilindrici di conglomerato bituminoso.

Tale prova fornisce il valore del modulo di rigidezza mediante un numero limitato di applicazioni del carico impulsivo lungo il diametro verticale, senza utilizzare forze sinusoidali.

Il modulo di rigidezza a trazione indiretta S viene quindi determinato per la miscela con l'equazione (1.2), in base alla corrispondente deformazione diametrale orizzontale ed al coefficiente di *Poisson*.

Il modulo dinamico della miscela in campo elastico può infine essere calcolato con metodi empirici sviluppati dai ricercatori in base ai risultati di numerose prove di laboratorio.

È possibile utilizzare, ad esempio, il nomogramma di *Van der Poel*, che permette di determinare il modulo di rigidezza mediante i seguenti parametri: la differenza tra le temperature effettiva e di penetrazione del legante, il tempo di carico e l'indice di penetrazione del bitume (figura 1.7) [68].

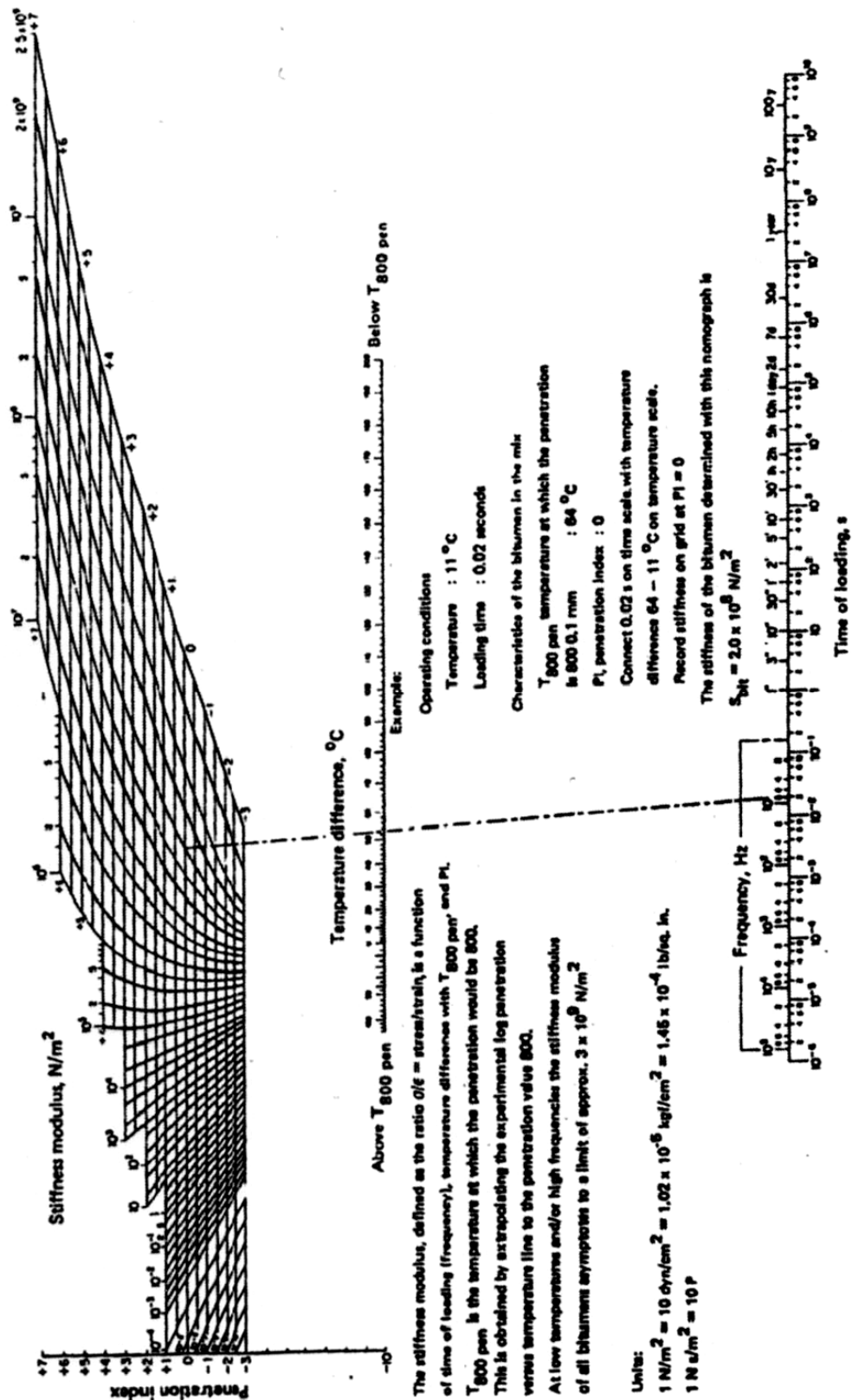


Figura 1.7: Nomogramma di Van der Poel per la determinazione del modulo di rigidità di una miscela bituminosa

4. LA DEFORMAZIONE PERMANENTE DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

4.1. I fattori responsabili della deformazione permanente

Il bitume per elevate velocità di applicazione del carico e basse temperature si comporta come un corpo elastico, mentre assume le proprietà meccaniche del fluido viscoso per basse velocità di applicazione del carico ed elevate temperature. Il legante, in condizioni operative intermedie alle precedenti, presenta un comportamento viscoelastico. Durante l'applicazione della forza il conglomerato bituminoso sviluppa quindi una risposta elastica istantanea seguita da una deformazione crescente nel tempo. Dopo la rimozione del carico la miscela restituisce le componenti elastiche istantanea e ritardata, conservando una deformazione residua irreversibile. Tale deformazione residua, accumulata nel materiale sotto l'azione di un carico ciclico, produce il fenomeno dell'ormaiamento (figura 1.8 e 1.9).

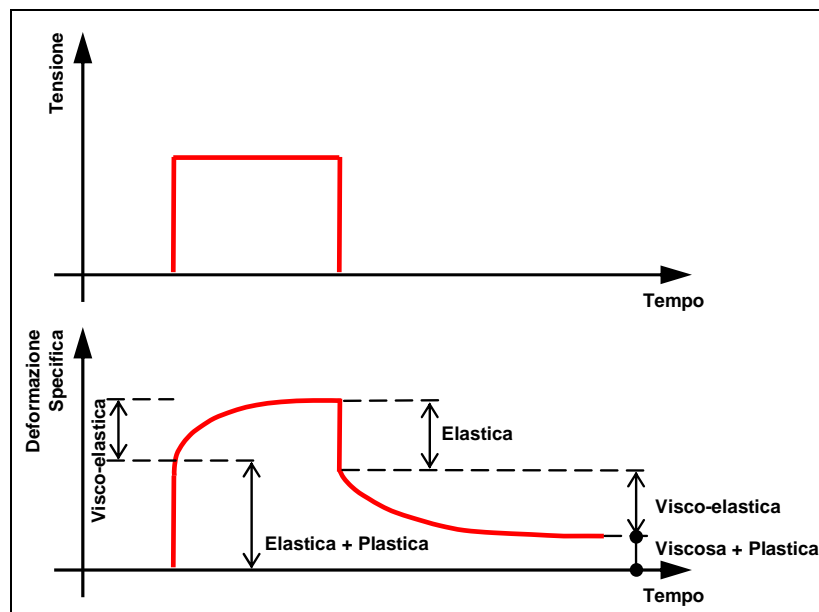


Figura 1.8: Risposta deformativa del conglomerato bituminoso sottoposto ad un carico di tipo statico

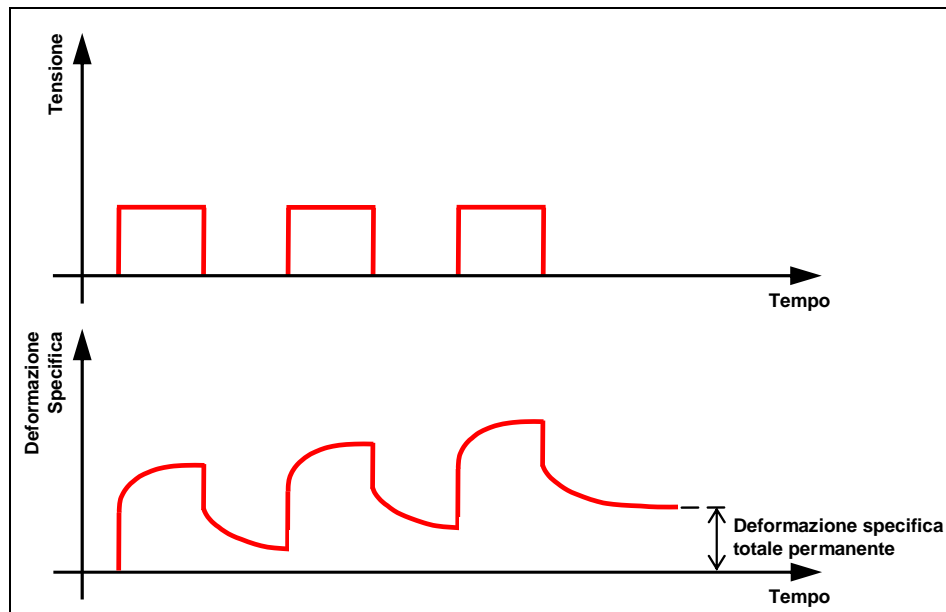


Figura 1.9: Accumulo delle deformazioni residue del conglomerato bituminoso sottoposto ad un carico ciclico

I principali meccanismi responsabili di tale fenomeno sono l'addensamento e la deformazione tangenziale.

Si ha il meccanismo dell'addensamento nelle pavimentazioni scarsamente compattate, a causa dell'azione del traffico veicolare che trasforma gradualmente lo scheletro litico del conglomerato bituminoso in una struttura sempre più compatta.

In una pavimentazione correttamente compattata è quindi improbabile che avvenga l'addensamento dell'aggregato (*Eisenmann e Hilmer*) [23].

La deformazione tangenziale della sovrastruttura consiste invece nello scorrimento laterale del materiale granulare con formazione di una zona centrale depressa confinata da spalle rialzate.

Il meccanismo di deformazione tangenziale, dipendente dal livello di compattazione, risulta essere minimo nelle miscele compattate alla densità massima e rappresenta il fattore primario responsabile dell'ormaiamento (*Hofstra e Klomp*) [29].

I ricercatori, in base ai risultati ottenuti da sperimentazioni di laboratorio, hanno quindi sviluppato dei modelli analitici finalizzati alla rappresentazione delle deformazioni permanenti per il bitume e per le miscele ideale e reale

4.2. La deformazione permanente del bitume

I primi esperimenti evidenziarono, nonostante il basso tenore di bitume presente nella miscela, una forte correlazione tra la deformazione permanente del conglomerato bituminoso e le proprietà reologiche del legante,.

Negli anni sessanta *Van der Poel* e altri ricercatori individuarono, per bassi valori di deformazione, la relazione esistente nel bitume tra la rigidità e le proprietà di penetrazione e punto di rammollimento [69].

Van der Poel ha sintetizzato i risultati delle ricerche in un Nomogramma, che rappresenta il comportamento meccanico del legante in funzione della temperatura e del tempo di carico (figura 1.10) [70].

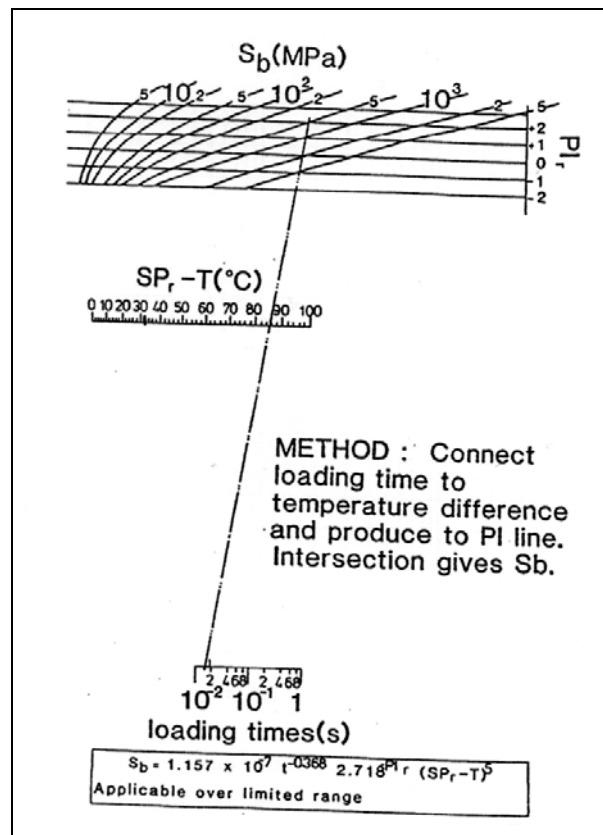


Figura 1.10: Nomogramma di *Van der Poel* per la determinazione del modulo di rigidità del bitume

Numerosi ricercatori hanno successivamente tentato di schematizzare il comportamento meccanico del bitume mediante modelli analitici viscoelastici lineari, ottenendo però risultati validi solamente per valori ridotti di deformazione e sollecitazione [13, 33 e 73].

Alla luce del complesso comportamento meccanico del legante, *Cheung* e *Chebon* hanno quindi redatto, per un bitume con grado di penetrazione pari a 50, una mappa dei meccanismi di deformazione considerando un ampio intervallo di temperature, sollecitazioni e velocità di applicazione della forza (figura 1.11) [10].

La mappa mostra come il comportamento del legante, con temperatura prossima a quella di transizione vetrosa T_g (l'intervallo di T_g varia da -40°C a 0°C), sia viscoso lineare per bassi livelli tensionali, mentre sia descritto dal modello di *creep* a legge di potenza (con esponente pari a 2.3) per elevati livelli tensionali.

La tensione di transizione tra i comportamenti citati in precedenza di 115 kPa.

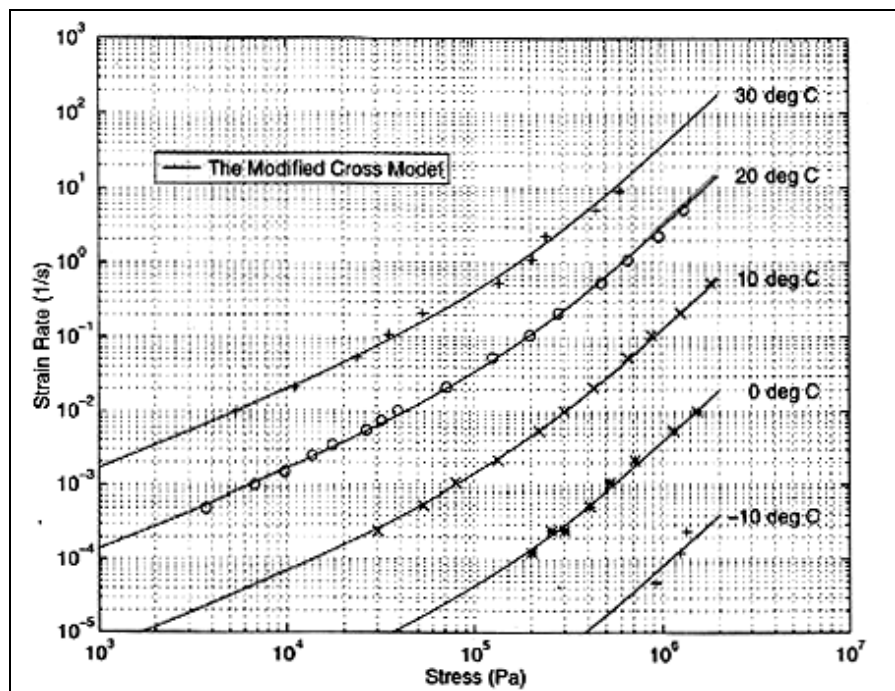


Figura 1.11: Mappa di deformazione in funzione della temperatura per un bitume con grado di penetrazione pari a 50

Sono state inoltre condotte numerose ricerche inerenti allo studio del comportamento del legante sollecitato da una forza in regime stazionario.

Per bassi valori di sollecitazione (minori di 0.1 MPa) è stato osservato un comportamento viscoso lineare del bitume, mentre per elevati valori di sollecitazione (compresi tra 0.1 MPa e 1.0 MPa) il legante sviluppa una risposta viscosa non lineare [25, 26, 45, 62, 74].

Cheung e *Chebon* hanno quindi proposto un modello analitico in grado di descrivere per il bitume la transizione dal comportamento viscoso lineare a quello non lineare.

Il modello di *Cross* modificato (*MCM*) permette di rappresentare la risposta del bitume a sollecitazioni monoassiali per temperature prossime a quella di transizione vetrosa mediante l'equazione (1.7).

$$\frac{\sigma_{ss}}{\dot{\epsilon}_{ss}} = \frac{\sigma_0}{\dot{\epsilon}_p} \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ss}}{\dot{\epsilon}_p} \right)^m \right]^{-1} \quad (1.7)$$

Il modello *MCM* correla quindi, per un legante di costante m , la tensione (σ_{ss}) e la velocità di applicazione della forza ($\dot{\epsilon}_{ss}$) in regime stazionario, con i corrispondenti valori di riferimento (σ_0) e ($\dot{\epsilon}_p$).

Ossa ed altri ricercatori hanno sottoposto i bitumi, con grado di penetrazione pari a 50 e 100, a prove di carico monotono e ciclico per un ampio intervallo di sollecitazioni, temperature e velocità di applicazione del carico [51].

In base ai risultati della sperimentazione è stato infine sviluppato un modello fenomenologico, calibrato successivamente con i risultati di quattro prove di trazione monoassiale (figura 1.12).

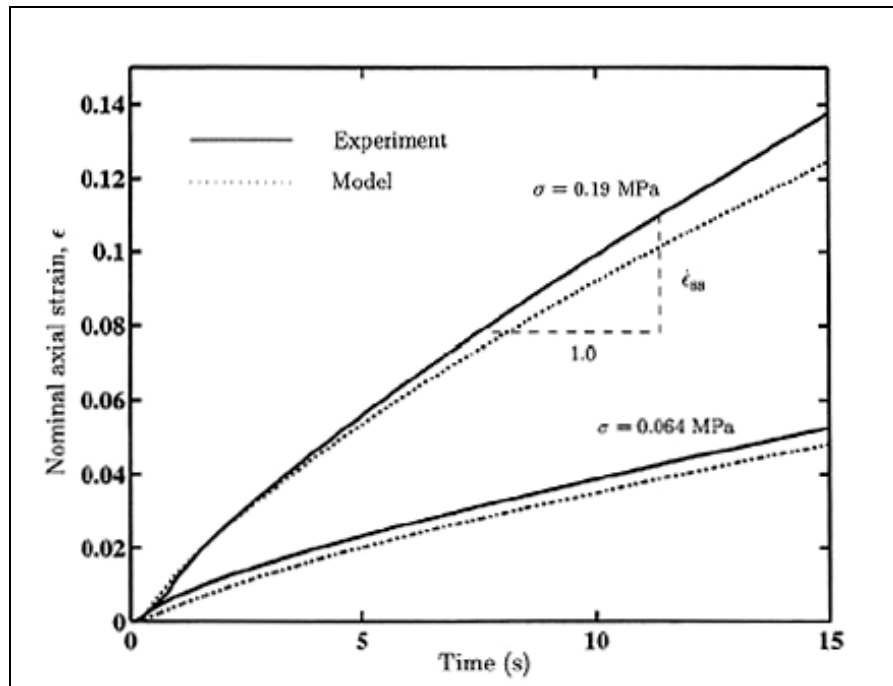


Figura 1.12: Prove di *Creep* a tensione costante per un bitume a 10°C con grado di penetrazione pari a 50

4.3. La deformazione permanente delle miscele bituminose ideali

Deshpande ha eseguito delle prove di compressione monoassiale e triassiale su provini confezionati con miscele ideali in diverse condizioni di temperatura, carico e velocità di applicazione della sollecitazione [19].

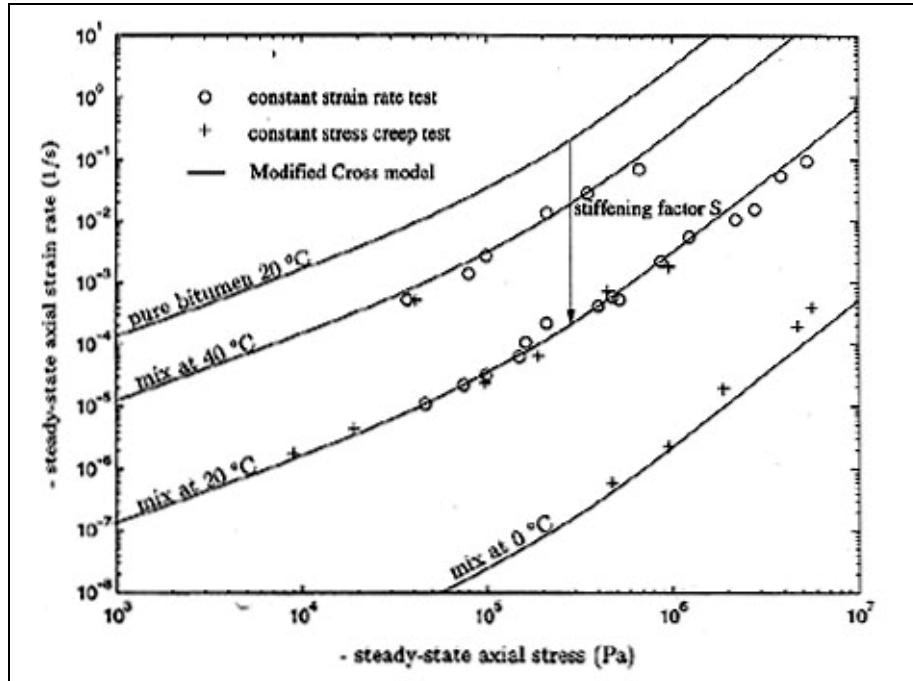
Sono stati realizzati cinque tipi di conglomerato mediante un bitume con grado di penetrazione 50 e della sabbia di differente granulometria con frazione in volume variabile da 40% a 85% a seconda della miscela.

La miscela A, con il 64% di aggregato, è stata sottoposta al *creep test* ed alla prova di compressione in controllo di deformazione facendo variare la temperatura da 0°C a 40°C.

I risultati, riportati in figura 1.12, mostrano per la miscela alla temperatura di 20°C una curva con andamento simile a quella del legante, ottenuta da *Cheung* mediante il modello *MDM*.

Il modello di *Cross* modificato è stato quindi adattato ai conglomerati bituminosi sostituendo nell'equazione (1.8) il termine $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ con il rapporto $S\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$, contenente il fattore di rigidità S dovuto alla presenza dell'aggregato.

$$\frac{\sigma_{ss}}{\dot{\epsilon}_{ss}} = \frac{S\sigma_0}{\dot{\epsilon}_p} \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ss}}{\dot{\epsilon}_p} \right)^m \right]^{-1} \quad (1.8)$$


 Figura 1.13: Mappa delle deformazioni per la miscela A di *Deshpande*

Per una miscela alla temperatura di 20°C il fattore di rigidità S è pari a 1000; dal confronto tra la (1.7) e la (1.8) i ricercatori hanno quindi potuto constatare che alla temperatura di 20°C, per conferire il medesimo livello tensionale alla miscela ed al legante, è necessario applicare al conglomerato la sollecitazione con velocità mille volte superiore a quella caratterizzante il bitume.

Il modulo di rigidità S è proporzionale alla percentuale di aggregato costituente la miscela ed è indipendente dalla forma e dalla dimensione delle particelle.

Khanzada ha investigato in laboratorio il comportamento deformativo di due miscele ideali, indicate rispettivamente con le sigle A e A/D, confezionate mediante bitume e sabbia. Il legante possedeva un grado di penetrazione pari a 50 e la sabbia era di due tipi: monogranulare per la miscela A ed a doppia dimensione per quella A/C.

I risultati del *Creep test* per la miscela A sono stati riportati in figura 1.13 graficando la deformazione assiale in funzione del tempo; la curva così ottenuta si presenta divisa in tre regioni: nella prima la deformazione aumenta nel tempo con andamento decrescente, nella seconda esiste una dipendenza lineare tra la deformazione ed il tempo (deformazione stazionaria), nella terza la deformazione aumenta nel tempo con andamento crescente.

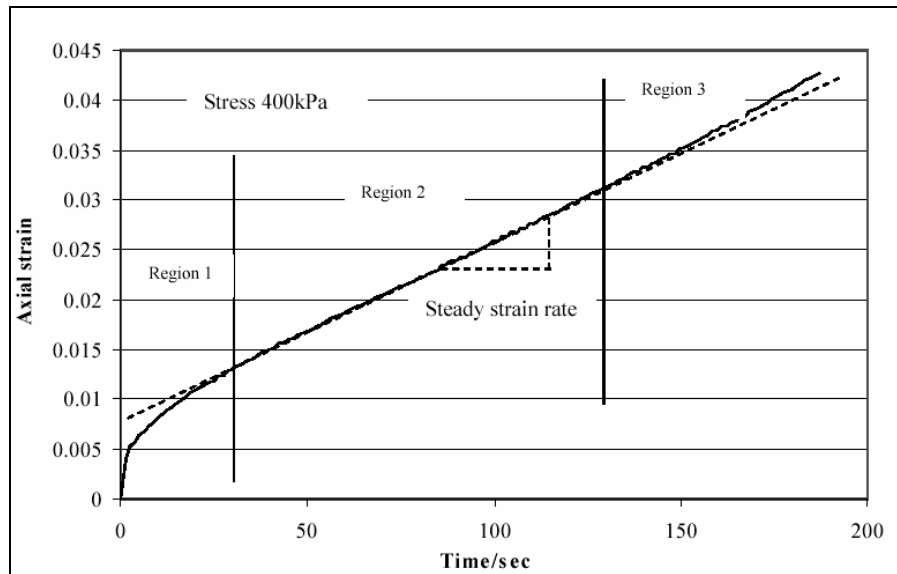


Figura 1.13: Risultati del *Creep test* eseguito a 20°C con la miscela A da *Khanzada*

Per la miscela A i risultati del *Creep test* sono stati inoltre rappresentati in figura 1.14 in base alle deformazioni radiale ed assiale, descrivendo una curva con pendenza costante nella regione di deformazione stazionaria.

Collop e *Khanzada* hanno inoltre eseguito dei *Wheel tracking tests*, adottando livelli tensionali di 500 kPa, 750 kPa e 1000 kPa, con le miscele A e A/D alle temperature di 20°C, 30°C e 40°C.

La profondità media dell'ormaia è stata diagrammata in funzione del numero di passaggi della ruota, alle diverse temperature di riferimento e per ciascuna condizione di carico (figura 1.15).

Le curve mostrano come tale profondità aumenti inizialmente con andamento crescente in funzione del numero di cicli, per poi crescere in modo proporzionale ai ripetuti passaggi della ruota.

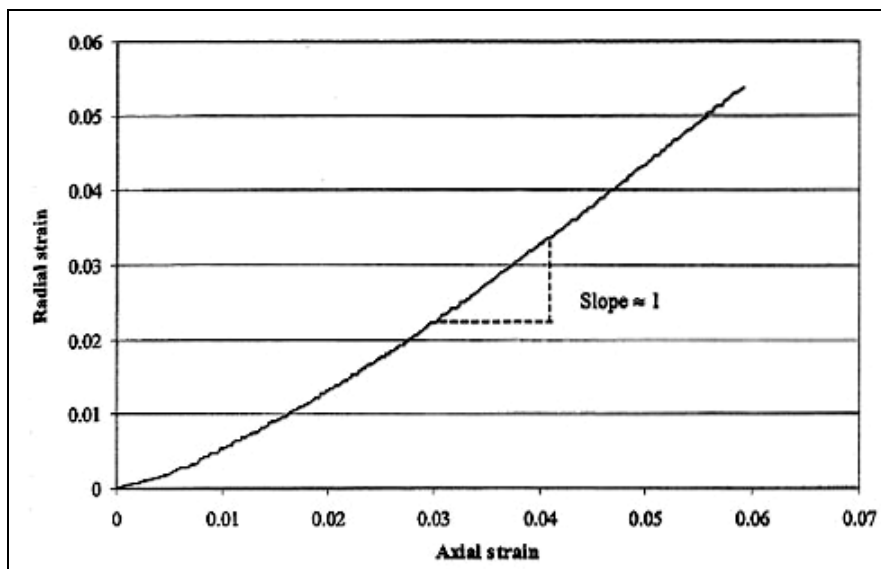


Figura 1.14: Diagramma delle deformazioni radiale e assiale del *Creep test* eseguito a 20°C sulla miscela A da *Khanzada*

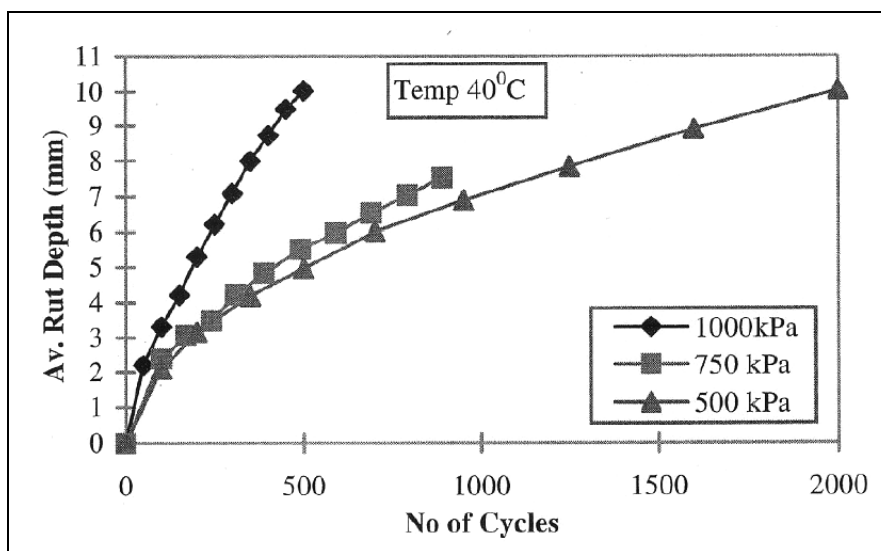


Figura 1.15: Risultati del *Wheel tracking test* eseguito a 20°C sulla miscela A/D da *Collop e Khanzada*

La prima parte della curva è stata spiegata dai ricercatori chiamando in causa il processo di addensamento dello scheletro litico; nella seconda parte della curva è invece possibile definire il gradiente di ormaiamento utilizzato per caratterizzare la risposta alle deformazioni permanenti della miscela ideale [12].

4.4. La deformazione permanente delle miscele reali

Khanzada ha eseguito le prove triassiale, monoassiale, di carico assiale ripetuto (*RLA*) ed il *Wheel tracking test* con provini di malta *HRA* e di miscela *HRA* alle temperature di 20°C e 40°C per due livelli tensionali (200 kPa e 2000 kPa).

I risultati ottenuti sono stati poi confrontati con quelli determinati per il bitume e per una miscela ideale, graficando la deformazione assiale in funzione del tempo e la variazione del fattore di rigidità e del gradiente di dilatazione in base alla frazione in volume di aggregato costituente la miscela.

Le curve di deformazione assiale per la malta, la miscela ed il bitume presentano lo stesso andamento nel tempo, mentre il fattore di rigidità S risulta essere proporzionale alla frazione in volume di aggregato (figure 1.16 e 1.17).

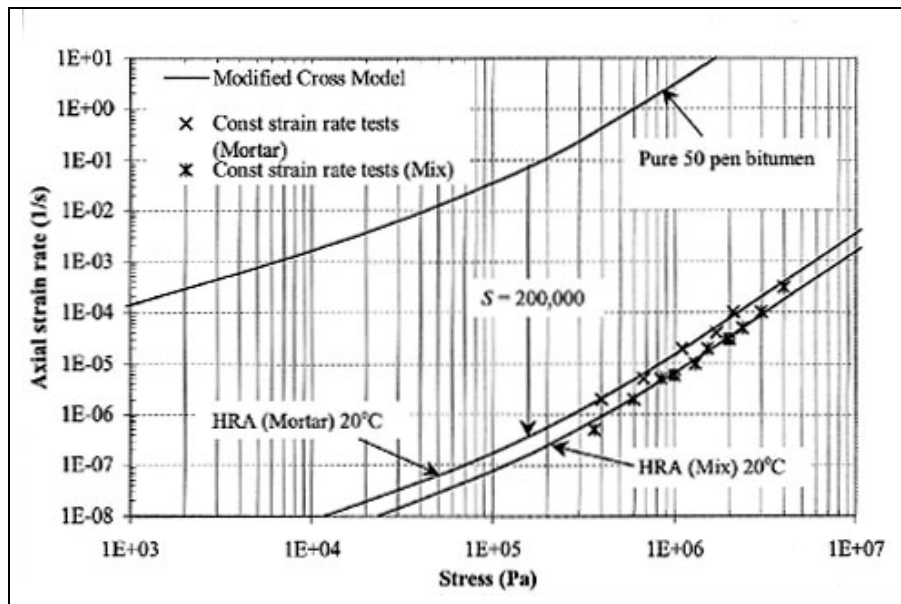


Figura 1.16: Comportamento deformativo in regime stazionario del bitume, della malta *HRA* e della miscela *HRA*

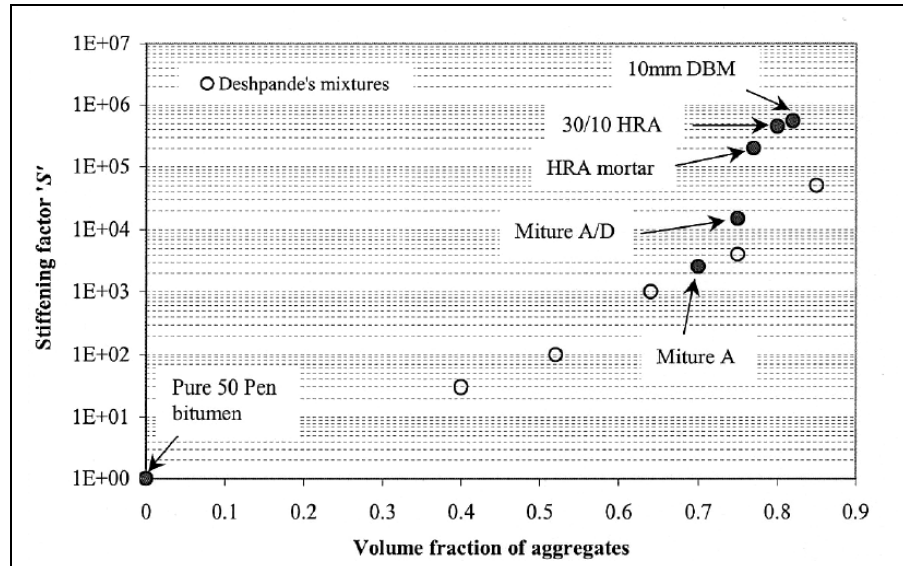


Figura 1.17: Variazione del fattore di rigidità S in base alla frazione in volume di aggregato

Anche il gradiente di dilatazione, definito come il rapporto tra le deformazioni volumetrica e di distorsione, è proporzionale alla frazione in volume di aggregato e per il medesimo contenuto di aggregati cresce all'aumentare del fattore di rigidità della miscela (figura 1.18) [36].

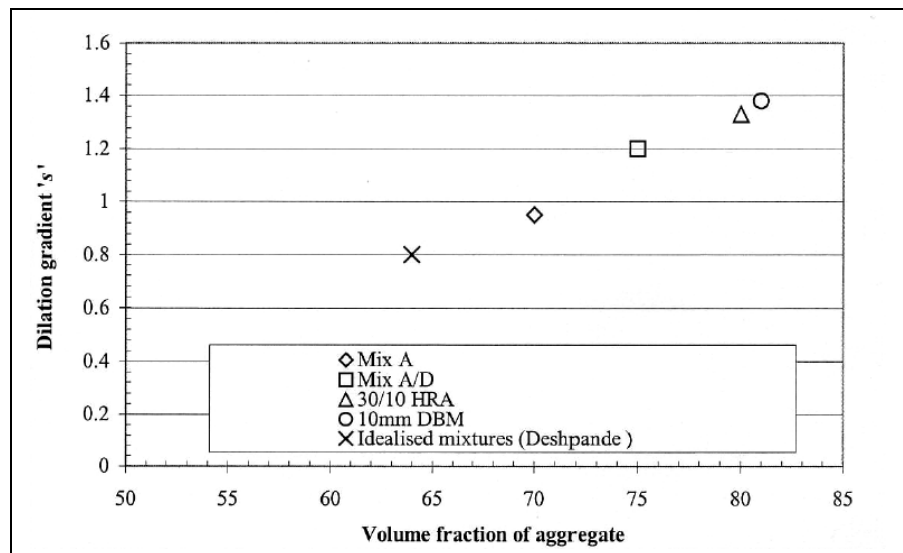


Figura 1.18: Variazione del gradiente di dilatazione in base alla frazione in volume di aggregato

5. LA FESSURAZIONE PER FATICA DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

5.1. Lo studio della resistenza a fatica delle miscele bituminose

La rottura per fatica è definita tradizionalmente come *“il fenomeno della frattura di un materiale soggetto all’azione di una forza ripetuta o fluttuante, avente il valore massimo generalmente inferiore alla resistenza a trazione del materiale stesso”* [54].

Tale definizione potrebbe ritenersi valida per i conglomerati bituminosi se si ipotizzasse il solo carico veicolare come unico meccanismo in grado di generare, nella sovrastruttura, variazioni cicliche dello stato tenso-deformativo.

Lo stato deformativo indotto per trazione negli strati della sovrastruttura legati a bitume non dipende solamente dall’intensità e dal numero di cicli della forza applicata, ma anche dalla natura della miscela e da numerosi fattori correlati al suo modulo di rigidezza quali, ad esempio, il gradiente termico, la procedura di compattazione del conglomerato, la dissipazione dell’energia interna imputabile alle proprietà viscoelastiche del materiale ed infine la tixotropia del legante.

Le proprietà tixotropiche del bitume e quelle visco-elastiche della miscela, nonostante riducano il modulo di rigidezza, non intervengono comunque nel degrado per fatica della pavimentazione; la variazione della temperatura nella sovrastruttura ed il gradiente termico all’interfaccia tra due strati adiacenti, generano invece stati tensionali coattivi responsabili della deformazione e della conseguente fessurazione della pavimentazione, mentre la compattazione con rulli effettuata ad una temperatura inferiore a 130°C comporta la formazione di fessure superficiali.

Appare quindi riduttivo considerare la resistenza a fatica del conglomerato bituminoso influenzata dalle sole forze cicliche esercitate dal traffico sulla sovrastruttura, trascurando così gli altri fattori discriminanti; la fatica nelle pavimentazioni in conglomerato bituminoso viene quindi definita come *“il fenomeno della frattura causato dalla deformazione per trazione prodotta, negli strati legati con bitume, dal traffico, dalle variazioni di temperatura e dalle procedure di costruzione e caratterizzato da due fasi principali che sono rispettivamente quelle di innesco e propagazione della fessurazione”* (Read, 1996).

La fase di innesco è governata dai processi di formazione e diffusione a rete delle microfrazture, con conseguente riduzione dei moduli di rigidità dei diversi strati legati.

La fase di propagazione consiste invece nell'unione delle diverse microfrazture con formazione di vere e proprie macrofrazture che si sviluppano all'interno del materiale.

Le due fasi vengono in genere modellate attraverso schemi differenti come, per esempio, la meccanica del danneggiamento per la fase di innesco e la meccanica della frattura lineare elastica per quella di propagazione.

Lo studio del comportamento a fatica di una pavimentazione parte quindi dall'analisi della variazione nel tempo dello stato tenso-deformativo interno alla sovrastruttura, generato dalla forza verticale di una ruota in movimento sul piano viabile a velocità costante (figura 1.19) [6].

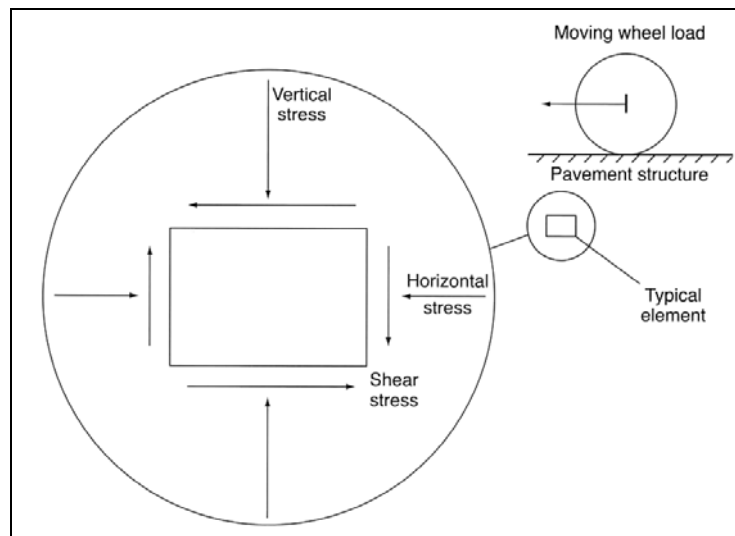


Figura 1.19: Stato tensionale nel generico elemento della sovrastruttura

Nel modello schematizzato, rappresentativo di uno stato tensionale piano, il diagramma delle tensioni verticali di compressione presenta un andamento a campana, mentre la curva degli sforzi tangenziali passa da un valore massimo ad un valore minimo cambiando di segno (figura 1.20).

Quando il centro della ruota è allineato lungo la verticale passante per il punto della pavimentazione in esame, la tensione verticale è massima e quella tangenziale è nulla.

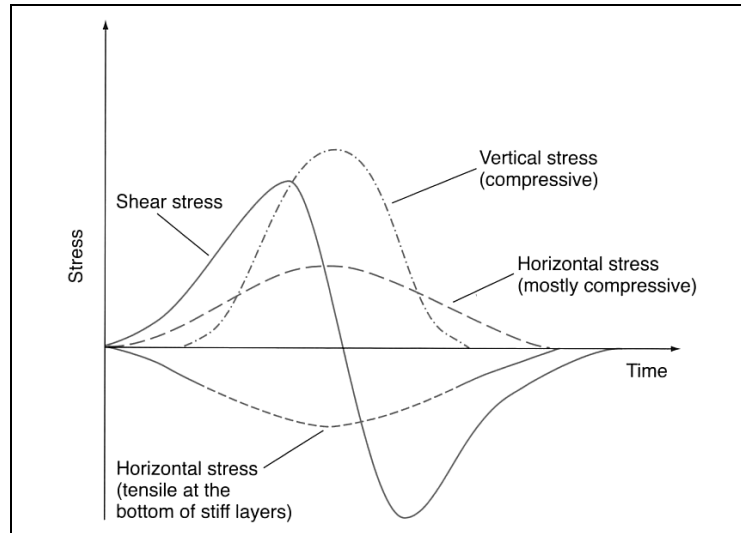


Figura 1.20: Variazione temporale delle tensioni causate dal passaggio dei veicoli

Il modello mostra inoltre come le tensioni orizzontali presentino lo stesso andamento di quelle verticali e siano rispettivamente di compressione, negli elementi ubicati nella parte superiore degli strati legati, e di trazione per quelli ubicati nella parte inferiore.

Nonostante non esista attualmente una prova di laboratorio capace di riprodurre in modo dettagliato lo stato tensionale rappresentato in figura 1.20, esistono numerosi *test* che permettono di indagare il legame esistente tra la resistenza a fatica del conglomerato ed i singoli fattori, variabili nel tempo, che influenzano il fenomeno come, ad esempio, la temperatura, il tempo di carico, la distribuzione delle tensioni ed il grado di compattazione dei materiali.

5.2. Le prove di laboratorio per lo studio del danno da fatica nei conglomerati bituminosi

Le prove eseguite in laboratorio per misurare la resistenza a fatica di un conglomerato bituminoso vengono classificate in base alle modalità di applicazione della forza, che generano nel provino lo stato tenso-deformativo di rottura, di seguito elencate:

- *Flessione:*
 - Flessione su due punti;
 - Flessione su tre punti;
 - Flessione su quattro punti;
 - Flessione con rotazione;
- *Carico assiale diretto:*
 - Trazione e compressione di provini cilindrici;
 - Trazione e compressione di provini a clessidra;
- *Carico diametrale:*
 - Trazione indiretta.

Prove di flessione

Le prove di flessione misurano le proprietà fondamentali del conglomerato bituminoso alla base delle tecniche di *mix design*, oppure forniscono parametri da impiegare direttamente, mediante appositi fattori di traslazione, per la stima della tendenza di una miscela a sviluppare nel tempo la rottura per fatica [34].

I risultati delle prove eseguite in controllo di tensione vengono generalmente impiegati nel dimensionamento di strati legati con spessore elevato, mentre le prove condotte in controllo di deformazione forniscono parametri utilizzati nella progettazione di strati legati con spessore sottile.

La validazione dei risultati non è sempre facile a causa della difficoltà nel reperimento di idonei fattori di traslazione necessari alla comparazione tra lo stato tensionale del provino e quello caratterizzante la pavimentazione; una sovrastruttura presenta infatti uno stato tensionale di tipo triassiale, mentre un provino sottoposto ad una prova di flessione sviluppa uno stato tensionale di tipo monoassiale.

La **prova di flessione su due punti** (“*Two point bending test*”) prevede l'applicazione di una forza ciclica alla base minore di un provino prismatico con base maggiore vincolata ad una piastrina metallica (figura 1.21.a). La tensione normale agente nella generica sezione trasversale, generata dal carico esterno, varia con continuità lungo l'asse longitudinale del provino, raggiungendo così il valore massimo lontano dalle sezioni di carico e fissaggio, a metà trave circa, a causa della geometria adottata.

Le **prove di flessione su tre o quattro punti** (“*Three or Four point bending test*”) utilizzano provini prismatici vincolati alle estremità, i quali sono soggetti all'azione di forze agenti rispettivamente in un unico punto oppure in due punti distinti. La configurazione di trave su due appoggi con carico in mezzeria, *Three point bending test*, sviluppa il massimo taglio nel punto in corrispondenza del quale viene applicata la forzante (figura 1.21.b); quella di trave su due appoggi doppiamente caricata, *Four point bending test*, presenta invece taglio nullo e momento flettente costante nel terzo medio del provino (figura 1.21.c).

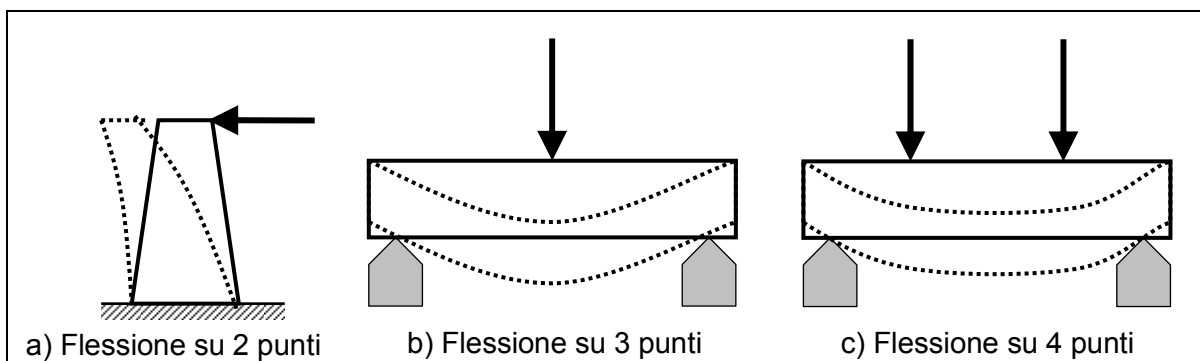


Figura 1.21: Prove di flessione su due, tre e quattro punti

Il punto di applicazione della forza e la posizione dei vincoli nel provino, grandezze variabili in base alla prova considerata, rendono ciascun *test* di flessione dotato di specifici vantaggi e svantaggi.

Il *test* di flessione semplice non fornisce, ad esempio, risultati idonei alla progettazione di sovrastrutture con strati legati di spessore variabile tra 50 mm e 150 mm.

Nella prova di flessione su quattro punti, la rottura per fatica si sviluppa in una parte del provino a trazione uniforme, riducendo così il coefficiente di variazione dei risultati e limitando conseguentemente il numero di provini necessari per determinare la resistenza a fatica della miscela.

Con la prova di flessione su tre punti, è invece impossibile innescare la frattura nella regione del provino a trazione uniforme; la precisione del *test* viene inoltre ridotta a causa del serraggio della trave all'apparecchiatura e tale prova è anche inadatto per testare a fatica miscele con modulo di rigidità inferiore a 3000 MPa.

Nella **prova di flessione con rotazione (“*Rotating bending beam test*”)**, viene applicata una forza statica flettente all'estremità libera di un provino a forma di clessidra, con la base inferiore fissata ad un mandrino posto in rotazione (figura 1.22.a). La geometria del provino e la configurazione di carico sviluppano il massimo sforzo nella sezione di mezzeria, lontana dalle basi di applicazione del carico e fissaggio. La combinazione della forza statica con la velocità di rotazione produce inoltre un carico ciclico, con andamento sinusoidale, che alterna nel provino stati tensionali di trazione e compressione.

Prova di trazione e compressione

La **prova di trazione-compressione (“*Direct tension compression test*”)** viene eseguita con provini cilindrici mediante l'applicazione di una forza assiale, che induce tensioni uniformemente distribuite lungo le sezioni trasversali (figura 1.22.b); il provino presenta un restringimento della sezione a metà altezza, per evitare l'innescò del meccanismo di rottura vicino ai punti di fissaggio.

Le prove di trazione e compressione, rispetto ai *test* di flessione, presentano una configurazione meno complessa con tempi di esecuzione inferiori e costi più contenuti; tali prove, eseguite con provini aventi la sezione trasversale di forma circolare o rettangolare, non riproducono correttamente in laboratorio lo stato tenso-deformativo caratterizzante il conglomerato in sito.

Prova di trazione indiretta

La **prova di trazione indiretta** (*“Indirect tensile test”*) vede l'uso di provini cilindrici caricati, lungo tutto lo spessore, con una forza verticale che sviluppa tensioni normali di compressione nel piano diametrale orizzontale e tensioni normali di trazione in quello verticale (figura 1.22.c); la configurazione di questo *test* non permette inoltre l'inversione delle tensioni.

Tale prova sviluppa nel provino uno stato tensionale di tipo biassiale che innesci la frattura in un'area a trazione uniforme; i risultati con un basso coefficiente di variazione permettono inoltre l'utilizzo di un numero ridotto di provini.

La prova non permette di variare il rapporto tra le tensioni di trazione e compressione al centro del provino e non simula inoltre l'inversione delle tensioni tangenziali causata nella sovrastruttura dal traffico veicolare.

Nei punti di applicazione delle forze può aversi nel provino una distribuzione delle tensioni diversa da quella caratterizzante il materiale in sito e possono infine innescarsi, prima della rottura per fatica, fenomeni di deformazione permanente.

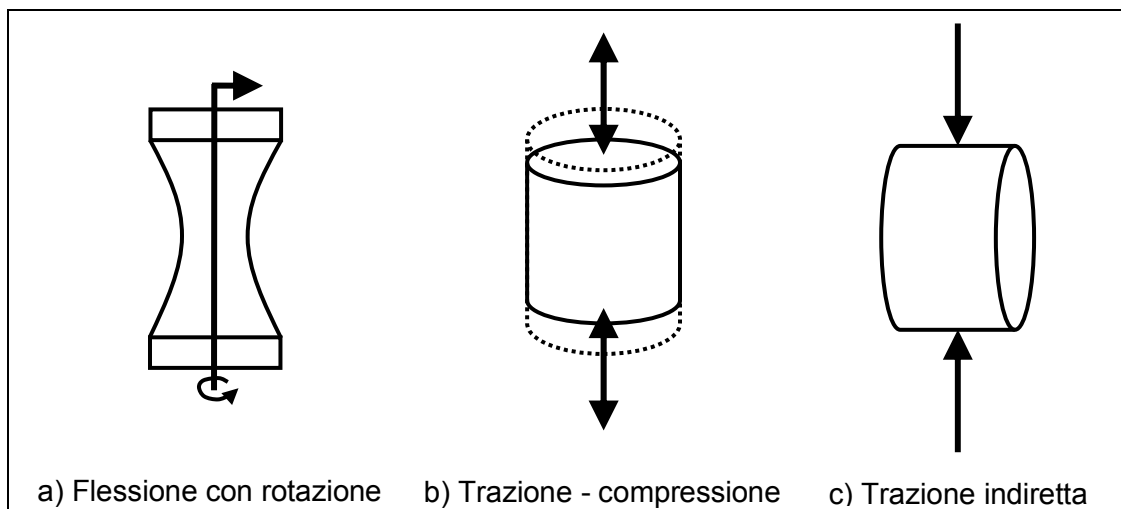


Figura 1.22: a) Prova di flessione con rotazione – b) prova di trazione e compressione – c) prova di trazione indiretta

Esistono, oltre alle suddette prove pensate per studiare la fase di innesco della frattura in un provino sottoposto ad una forza ciclica, *test* concepiti per determinare la resistenza di una miscela bituminosa alla propagazione della frattura.

Queste prove possono essere classificate in due gruppi:

- *Flessione in appoggio*:
 - Trave in appoggio;
 - Lastra in appoggio;
 - Disco in appoggio;
- *Meccanica della frattura*:
 - Travi con intaglio.

Prova di flessione in appoggio

La **prova di flessione in appoggio** viene eseguita ponendo il provino a forma di trave, lastra o disco sopra a due piastre, distanziate di qualche centimetro in corrispondenza della mezzeria dell'elemento; la sollecitazione flettente si sviluppa nel materiale mediante una forza verticale ciclica, orientata verso il basso, agente lungo il piano verticale di simmetria passante per la mezzeria del provino; tale giacitura rappresenta quindi il piano di innesco e propagazione della frattura per fatica.

La procedura di caricamento, di tipo intermedio tra quelle eseguite in controllo di deformazione e carico, sviluppa nel provino uno stato tensionale di tipo monoassiale con dispersione dei risultati inferiore alle prove effettuate mediante travi intagliate; tale prova permette quindi di determinare la resistenza di una miscela bituminosa alla propagazione della frattura con un numero limitato di provini.

Prova della meccanica della frattura

È un *test* di flessione in appoggio eseguito su travetti con sezione trasversale rastremata in mezzeria, al fine di rendere tale giacitura di debolezza mediante la risega e di accelerare quindi la fase di propagazione della frattura.

La prova permette di studiare la diffusione uniforme della frattura negli strati della pavimentazione, considerando l'influenza delle tensioni di trazione e trascurando gli effetti delle tensioni tangenziali e di compressione.

Il *test* permette inoltre lo studio della resistenza a fatica, per temperature elevate, mediante leggi complesse (diverse dalla legge di *Paris*) rappresentative della natura viscoelastica della miscela [71].

Prova della traccia della ruota (*wheel tracking test*)

L'apparato di prova è formato da una ruota, opportunamente caricata, in movimento sulla base superiore di un provino con forma parallelepipedica, il quale viene fissato ad un tavolo per conservare la posizione dell'allineamento tracciato ciclicamente dal pneumatico durante il *test*.

La ruota, di diametro 50 cm oppure 20 cm, sottopone il provino a ripetizioni del carico con conseguente formazione di un'ormaia, la cui profondità crescente viene misurata in continuo da un sistema integrato all'apparato di prova.

La prova, nello studio delle deformazioni permanenti, si ritiene conclusa dopo l'esaurimento del numero prestabilito di cicli, oppure quando il valore medio dell'ormaia supera il valore massimo stabilito da normativa di 18-20 mm.

Nella valutazione del danno da fatica la ruota deve invece effettuare un numero di passaggi, superiore a quello stabilito dalla normativa per le deformazioni permanenti, necessario alla formazione del corrispondente meccanismo di fessurazione.

Il *test* simula correttamente per il conglomerato bituminoso le condizioni di carico esercitate dal traffico veicolare e permette inoltre di monitorare l'evoluzione nel tempo del fenomeno fessurativo, anche in pavimentazioni rinforzate con griglie; per avere valori medi rappresentativi del fenomeno è però necessaria l'esecuzione di numerose prove a causa dell'elevata dispersione dei risultati prodotti dal *test*.

5.3. I principali fattori che influenzano i test a fatica dei conglomerati bituminosi

Le prove possono essere eseguite in controllo di deformazione oppure in controllo di carico. Nel primo caso, durante il *test*, l'ampiezza della deformazione viene mantenuta costante nell'unità di tempo e la tensione decresce a causa del fenomeno fessurativo; in controllo di carico viene invece mantenuta costante, nell'unità di tempo, l'ampiezza della forza e la deformazione del provino aumenta per incrementi progressivi del fino alla rottura del materiale (figura 1.23).

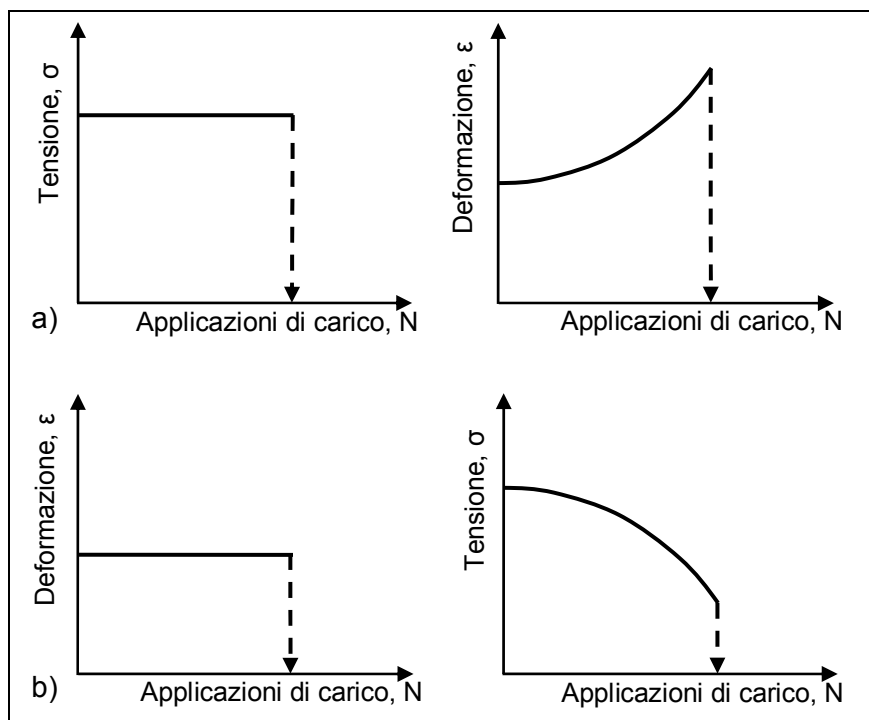


Figura 1.23: a) Controllo di stress – b) Controllo di deformazione

I risultati di una prova a fatica variano, per la stessa miscela, in base alla modalità di applicazione della forza;

in un *test* eseguito in controllo di carico la rottura del provino per fatica avviene rapidamente, a causa della correlazione tra le velocità di propagazione della frattura ed applicazione della forza; in un *test* a deformazione controllata, la rigidità del materiale diminuisce progressivamente, producendo così un danneggiamento per fatica lento.

Le fratture sono inizialmente localizzate in punti del conglomerato con elevati valori dello stato tensionale e si propagando, durante la prova, con una velocità dipendente dal regime tensionale stesso; in controllo di *stress* la tensione conserva il valore massimo fino alla rottura per fatica del provino, mentre in controllo di deformazione lo sforzo decrescere nel tempo.

La scelta del tipo di prova per la valutazione in laboratorio della resistenza a fatica di una miscela bituminosa dipende dallo strato della sovrastruttura nel quale verrà impiegato il materiale e dalla portanza del sottofondo. Il comportamento a fatica di strati con elevati rigidezze e spessori viene infatti simulato correttamente mediante prove eseguite in controllo di *stress*; gli strati sottili superficiali seguono invece quelli sottostanti nel loro movimento, sviluppando così uno stato tenso-deformativo tipico di un *test* a deformazione controllata.

Studi sulla resistenza a fatica delle miscele basati sulla teoria del multistrato elastico hanno, ad esempio, evidenziato la validità delle prove eseguite in controllo di deformazione per strati con spessore massimo di 50 mm e dei *test* in controllo di carico per strati con spessore minimo di 150 mm.

La vita a fatica di una miscela bituminosa è inoltre influenzata dalla forma dell'onda di carico, rappresentativa dell'energia trasferita, ad ogni ciclo, dall'apparecchiatura al sistema.

L'onda quadrata, rispetto all'onda sinusoidale, produce infatti una rottura più rapida del provino, mentre quella triangolare attiva più lentamente il fenomeno della fessurazione.

Una maggiore area sottesa dall'onda di carico, fermi restando l'intensità ed il tempo di applicazione della forza, comporta quindi una maggiore aliquota di energia ceduta al provino ed una minore resistenza a fatica del materiale (figura 1.24).

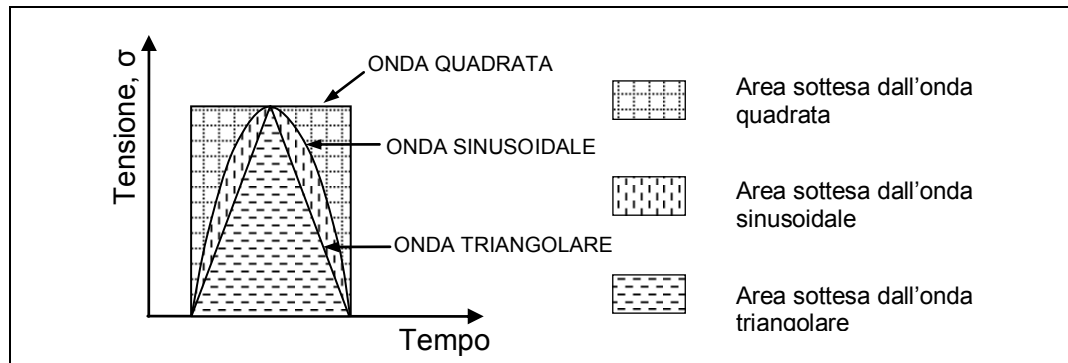


Figura 1.24: Tipologie principali dell'onda di carico

Anche la frequenza ed il tempo di applicazione della sollecitazione ciclica modificano la resistenza a fatica del conglomerato bituminoso: una maggiore frequenza dell'impulso comporta un aumento della rigidità del materiale ed una più rapida fessurazione della miscela; frequenze minori causano invece un tempo di riposo maggiore, che permette alle fessure di rimarginarsi parzialmente aumentando così la vita del conglomerato.

Se il tempo di riposo è sufficientemente lungo e la temperatura dell'aria elevata, in una miscela bituminosa può infatti svilupparsi il fenomeno dell'autoriparazione, che permette il recupero quasi totale delle proprietà decadute a causa della ripetitività del carico.

La temperatura influenza quindi la resistenza a fatica della miscela bituminosa, incrementando nel tempo le rigidità del bitume e del conglomerato. Negli strati sottili la maggiore rigidità della miscela riduce la resistenza a fatica dello strato; in quelli con spessore elevato, una miscela avente maggiore rigidità rende lo strato meno soggetto alla fessurazione per fatica (Airey, 1995).

Non esiste ancora, tra i ricercatori, una visione unanime riguardo alla temperatura critica di sviluppo della fessurazione in una pavimentazione: *Pell* ipotizza, ad esempio, la formazione delle fessure nel periodo più caldo dell'anno e la propagazione durante quello più freddo; *Hawtrey* ritiene invece che l'innesco si sviluppi alle basse temperature a causa dei veicoli veloci.

La mancata conoscenza di un valore preciso per la temperatura di sviluppo del fenomeno fessurativo, rende quindi necessaria la verifica in laboratorio della resistenza a fatica del conglomerato bituminoso sia alle alte, sia alle basse temperature (Airey, 1995).

Al decrescere della temperatura aumenta nella miscela la componente elastica e diminuisce quella viscosa, con conseguente incremento della resistenza del provino.

La resistenza a fatica del provino è inoltre influenzata dalle seguenti proprietà fondamentali della miscela bituminosa:

- contenuto di bitume;
- proprietà del legante;
- percentuale di vuoti interparticellari;
- proprietà dell'aggregato;
- contenuto di filler.

Contenuto di bitume

Esiste un contenuto di bitume, maggiore del tenore ottimo per la resistenza alla deformazione permanente, che rende massima la resistenza a fatica del conglomerato.

Proprietà del legante

L'aumento del punto di rammollimento e la diminuzione della penetrazione incrementano la resistenza a fatica della miscela; una maggiore rigidità del legante produce invece un modulo di rigidità più elevato con conseguente riduzione delle prestazioni a fatica.

Percentuale di vuoti interparticellari

Una bassa percentuale di vuoti aumenta la resistenza a fatica della miscela e riduce la sua resistenza alle deformazioni permanenti.

Proprietà dell'aggregato

Le proprietà dell'aggregato sono di seguito elencate partendo da quelle che esercitano la massima influenza sulla resistenza a fatica: durabilità, tenacia, durezza, forma, morfologia, distribuzione granulometrica, assorbimento, peso specifico, composizione, solubilità, carica superficiale e tessitura superficiale; la variazione della curva granulometrica all'interno dei fusi stabiliti da normativa e la dimensione nominale massima dei grani non modificano in modo significativo la resistenza a fatica della miscela; la forma dei grani riveste invece un ruolo importante nello sviluppo della fessurazione del materiale, le miscele con particelle a spigoli vivi possiedono infatti una velocità di propagazione delle fessure inferiore a quella dei conglomerati con grani arrotondati (*Read, 1996*);

Contenuto di filler

Esiste un valore discriminante per il contenuto di filler, al di sopra del quale si osserva una riduzione della resistenza a fatica della miscela; un contenuto di filler inferiore al valore di soglia, comporta invece una caduta delle prestazioni a fatica del conglomerato (*Read, 1996*).

5.4. Criteri di valutazione della resistenza a fatica

Il conglomerato bituminoso sollecitato mediante forze cicliche, subisce una riduzione della resistenza meccanica proporzionale al numero di applicazioni del carico.

Sono stati quindi sviluppati numerosi metodi analitici per correlare il decadimento delle caratteristiche meccaniche della miscela con il numero di ripetizioni di una forza di data intensità massima.

I principali metodi adottati sono i seguenti:

- *metodo della deformazione*: tale criterio si basa su una impostazione fenomenologica del problema e mette in relazione la deformazione iniziale col numero dei cicli di carico;
- *metodo dell'energia dissipata*: tale criterio si basa su un approccio di tipo meccanicistico, calcolando l'energia dissipata come area sottesa dalla curva del ciclo di isteresi.

5.4.1. Metodo della deformazione

La resistenza a fatica di una miscela viene determinata mediante una delle prove indicate nel presente paragrafo, previa definizione di uno stato tenso-deformativo, denominato di rottura, in corrispondenza del quale termina il *test*.

Nei *test* a tensione controllata lo stato tenso-deformativo di riferimento coincide, per una forza, con il numero di ripetizioni che provoca la rottura completa del provino oppure una diminuzione del modulo di rigidezza pari al 90% del valore iniziale; nei *test* in controllo di deformazione la prova si ritiene invece conclusa per un valore del modulo di rigidezza pari al 50% del valore iniziale, a causa dei lunghi periodi temporali necessari alla rottura del materiale.

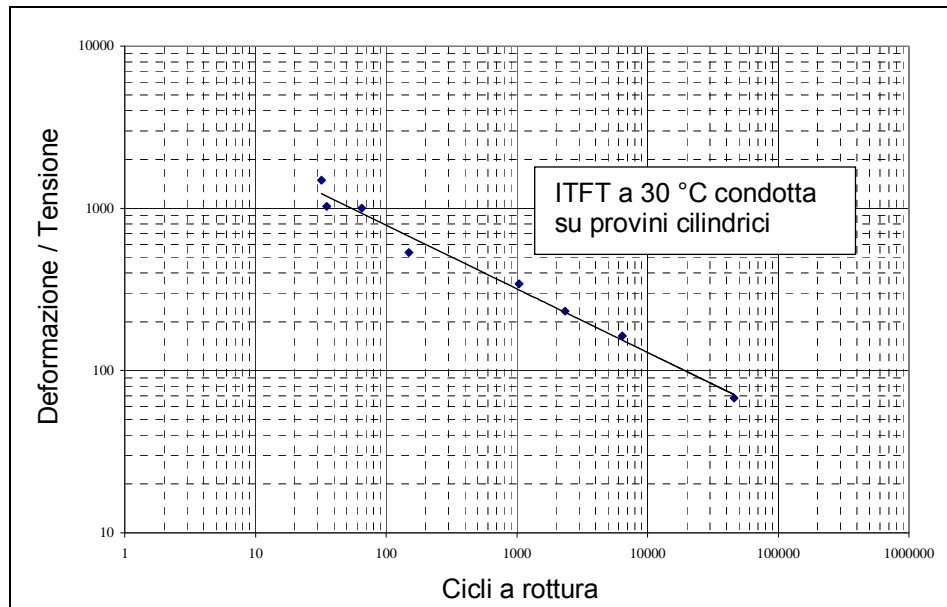


Figura 1.25: Andamento tipico di una curva di fatica

La curva di fatica della miscela viene tracciata in un diagramma bilogarithmico mediante la regressione lineare dei risultati delle prove riportati in funzione del numero di cicli a rottura N_f (figura 1.25).

Per le prove in controllo di tensione le curve di fatica sono ottenute con l'equazione (1.10) in base alla deformazione ε , mentre per i *test* a deformazione controllata tali curve vengono tracciate mediante la (1.9) in base alla tensione σ .

$$N_f = C \cdot \left(\frac{1}{\sigma} \right)^d \quad (1.9)$$

$$N_f = A \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^b \quad (1.10)$$

Nelle equazioni (1.9) e (1.10) con A , b , C , d si indicano inoltre i coefficienti del materiale.

Elaborando l'equazione (1.10) è possibile, per una prova condotta in controllo di *stress*, esprimere il numero di cicli a rottura in funzione della deformazione iniziale ε_0 , a meno dei coefficienti del materiale K_1 e K_2 , mediante l'equazione (1.11).

$$N_f = K_1 \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \right)^{K_2} \quad (1.11)$$

Alcuni ricercatori hanno proposto l'equazione (1.12) che permette di calcolare il numero di cicli a rottura N_f mediante la deformazione iniziale ε_0 , il modulo di rigidità iniziale S_0 ed i coefficienti a , b e c (Choi, 2000).

$$N_f = a \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \right)^b \left(\frac{1}{S_0} \right)^c \quad (1.12)$$

Col metodo della deformazione, avvalendosi di relazioni condizionate dalle modalità di prova, vengono quindi tracciati grafici necessari per stabilire la vita a fatica di una pavimentazione stradale, senza permettere però di valutare il contributo dato dalla fase iniziale di innesco e quello fornito dalla fase di propagazione delle fessure.

5.4.2. Metodo dell'energia dissipata

Tale criterio calcola, per ogni applicazione del carico, l'energia totale dissipata nel provino di conglomerato bituminoso come l'area racchiusa dalla curva carico-scarico del ciclo di isteresi.

Per un materiale con comportamento elastico, l'energia trasferita al provino nella fase di carico, viene totalmente restituita al termine dell'applicazione della forza; nel caso di un materiale con comportamento visco-elastico, durante la fase di scarico parte dell'energia viene invece dissipata a causa della deformazione viscosa del legante e della formazione di microfratture (figura 1.26).

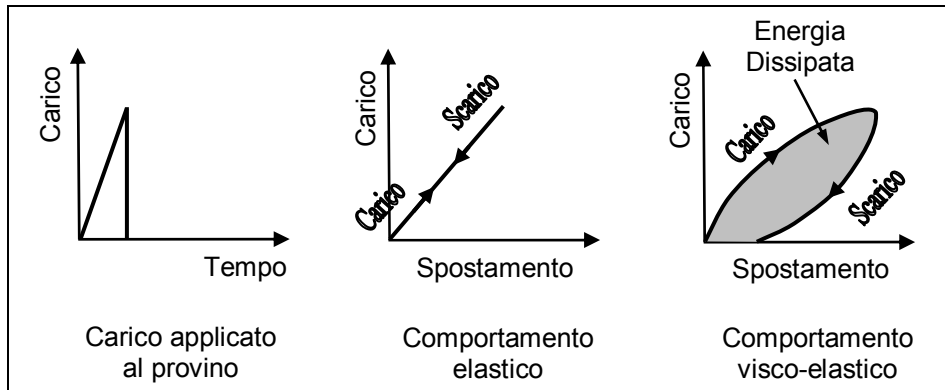


Figura 1.26: Risposta elastica e viscoelastica per un materiale sottoposto ai cicli di carico e scarico

L'energia specifica dissipata w_i dal materiale viscoelastico nel ciclo di scarico i -esimo, può essere quindi calcolata mediante l'equazione (1.13).

$$w_i = \pi \cdot \sigma_i \cdot \varepsilon_i \cdot \sin \varphi_i \quad (1.13)$$

Dove con σ_i ed ε_i si indicano i livelli di tensione e deformazione raggiunti dal provino nel ciclo i -esimo, mentre φ_i rappresenta il corrispondente angolo di fase.

l'energia w_i è influenzata dalla modalità di applicazione della forza: per prove in controllo di *stress* è proporzionale al numero di ripetizioni del carico, mentre per *test* eseguiti in controllo di deformazione il valore decresce all'aumentare del numero di cicli (figura 1.27).

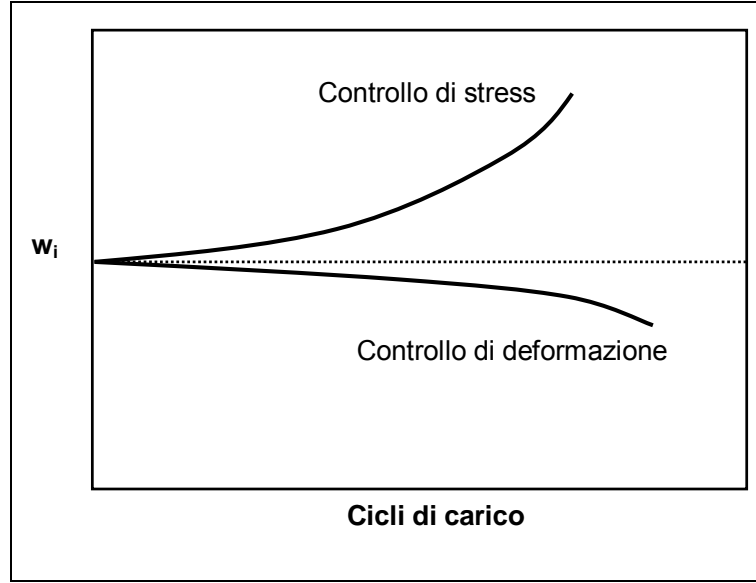


Figura 1.27: Variazione dell'energia specifica dissipata w_i per ciclo di isteresi

L'energia dissipata cumulativa W , data dalla (1.14), è stata quindi correlata, mediante i coefficienti sperimentali A e z dell'equazione (1.15), con il numero N_f di applicazioni del carico che determina la rottura del provino (*Chomton e Valayer, 1972*).

$$W = \pi \cdot \sum_{i=0}^{i=N_f} \sigma_i \cdot \varepsilon_i \cdot \sin \varphi_i \quad (1.14)$$

$$W = A \cdot N_f^z \quad (1.15)$$

Van Dijk e Visser definirono inoltre un indice ψ dipendente dalla rigidezza del conglomerato e dal tipo di *test* ed espresso analiticamente dal rapporto tra l'energia dissipata complessivamente nel corso della prova e quella iniziale:

$$\Psi = \frac{W_{initial}}{W} \quad (1.16)$$

L'energia iniziale $W_{initial}$, per un numero di applicazioni di carico N_f , viene calcolata con la (1.17) in base ai valori iniziali σ_0 , ε_0 e φ_0 rispettivamente della tensione, della deformazione e dell'angolo di fase.

$$W_{initial} = w_0 \cdot N_f = (\pi \cdot \sigma_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \sin \varphi_0) \cdot N_f \quad (1.17)$$

L'indice ψ dipende principalmente dal modulo di rigidezza del conglomerato e dalla modalità di applicazione della forza durante il *test*: per prove in controllo di *stress* assume valori minori di uno, mentre risulta essere maggiore di uno per prove a deformazione controllata; tale indice assume infine il valore uno, per miscele con modulo di rigidezza $S_{mix} \geq 26 \text{ GN/m}^2$, indipendentemente dalla modalità di applicazione della forza.

5.4.3. Leggi sperimentali di fatica

I risultati delle prove di laboratorio, analizzati in base ai metodi della deformazione e dell'energia dissipata, hanno permesso di formulare diverse equazioni per la valutazione della vita a fatica delle miscele bituminose.

Di seguito vengono descritti i principali metodi per la determinazione del numero massimo di cicli che portano a rottura un provino soggetto ad una forza di intensità massima prestabilita.

Metodo dell'energia dissipata

Il metodo, elaborato da *Van Dijk* e *Visser*, si basa sull'equazione (1.18), ottenuta ponendo nella (1.15) $A = 4.0 \times 10^4 \text{ J/m}^3$ e $z = 0.66$, nella (1.16) $\psi = 1.22$ ed introducendo nella (1.17) il modulo di rigidezza S_0 , dato dal rapporto tra la tensione σ_0 e la deformazione ε_0 .

La (1.18) calcola il numero di cicli a rottura N_f in base alla deformazione ammissibile ε_t , al modulo di rigidezza iniziale S_0 ed alla fase iniziale φ_0 ; tale valore è dotato di scarsa precisione e non deve quindi utilizzarsi per previsioni accurate della vita a fatica di una miscela [*Airey*, 1995].

$$N_f = \left[\frac{1.55 \times 10^4}{\varepsilon_t^2 \cdot S_0 \cdot \sin \varphi_0} \right]^{2.9412} \quad (1.18)$$

Metodo di Nottingham

Cooper e Pell hanno sviluppato la relazione (1.19) che permette il calcolo del numero di cicli a rottura N_{100} , per una deformazione iniziale pari a 100 microstrain, in funzione della percentuale in volume di legante V_B e del valore, espresso in gradi centigradi, del punto di rammollimento iniziale SP_i [*Cooper, 1974*].

$$\log N_{100} = 4.13 \cdot \log V_B + 6.95 \cdot SP_i - 11.13 \quad (1.19)$$

La (1.19) è stata inoltre modificata al fine di esprimere la vita a fatica della miscela come numero N di passaggi di assi standard da 80 kN in funzione dei precedenti parametri, della deformazione ammissibile ε_t e del coefficiente k ; tale coefficiente assume il valore 46.06 per le prove di rottura e 46.82 per lo studio della condizione critica.

$$\log \varepsilon_t = \frac{14.39 \cdot \log V_B + 24.2 \cdot \log SP_i - k - \log N}{5.13 \cdot \log V_B + 8.63 \cdot \log SP_i - 15.8} \quad (1.20)$$

Metodo dell'Asphalt Institute

Il metodo proposto dall'*Asphalt Institute* permette di determinare il numero N_f di passaggi di assi standard da 80 kN che causano la rottura della miscela costituente un generico strato della pavimentazione; l'equazione (1.21) correla N_f ai seguenti parametri del conglomerato: la deformazione ammissibile ε_t , il modulo complesso di rigidezza E^* ed il coefficiente C , funzione delle percentuali in volume rispettivamente dei vuoti V_a e del legante V_b [*Deacon, 1994*].

$$N_f = 18.4 \cdot C \cdot \left(4.32 \cdot 10^{-3} \cdot \varepsilon_t^{-3.291} \cdot E^{*-0.854} \right) \quad (1.21)$$

$$C = 10^{4.84 \cdot \left[\frac{V_b}{V_a + V_b} - 0.69 \right]} \quad (1.22)$$

Metodo SHRP (Strategic Highway Research Program)

Nel progetto A-003A è stata sviluppata la relazione (1.23) per il calcolo del numero N_{supply} di ripetizioni della forza che provocano una riduzione del 50%, rispetto al valore iniziale, del modulo di rigidezza della miscela; tale numero di cicli di carico viene determinato in base ai seguenti parametri: la deformazione iniziale ϵ_0 , il modulo di dissipazione iniziale stimato con la prova di taglio S_0'' e la percentuale dei vuoti d'aria riempiti di bitume VFB .

$$N_{supply} = 2.738 \cdot 10^5 \cdot e^{(0.077 \cdot VFB)} \cdot \epsilon_0^{-3.624} \cdot S_0''^{2.720} \quad (1.23)$$

La vita a fatica attesa N_{supply} e quella utile stimata per la medesima sovrastruttura, debbono essere successivamente comparate, in termini probabilistici, mediante appositi fattori moltiplicativi.

Fattori di traslazione (Shift factors)

Il numero di cicli a rottura stimato in laboratorio mediante prove di fatica eseguite sulle miscele di una pavimentazione stradale, è generalmente inferiore al numero effettivo di cicli che provoca in sito la fessurazione della sovrastruttura [Airey, 1995].

La differenza tra i risultati di laboratorio e quelli osservati in sito dipende da numerosi fattori che possono aumentare da 10 a 100 volte il numero di cicli a rottura; si ricordano, ad esempio, la diversa velocità di propagazione della frattura, la variazione del traffico stradale e l'autoriparazione del conglomerato.

Si utilizzano quindi dei fattori di traslazione, che modificano opportunamente le caratteristiche prestazionali delle miscele in base al tipo di prova ed alle caratteristiche ambientali, al fine di rappresentare in modo significativo il comportamento a fatica del materiale in sito.

Ad esempio, i *test* di trazione indiretta sottostimano, rispetto alle prove di flessione semplice, la vita a fatica del conglomerato; per i primi verranno quindi utilizzati fattori di traslazione più alti. Analogamente, i *test* in controllo di deformazione, rispetto alle prove in controllo di *stress*, sono più attendibili nella valutazione, per la miscela, delle prestazioni di fatica e pertanto richiedono l'uso di fattori più bassi.

Il loro valore, per una medesima prova, varia in funzione della temperatura: maggiore è la temperatura della miscela minore deve essere il corrispondente fattore di traslazione.

Il traffico veicolare genera infatti negli strati legati della pavimentazione uno stato tensionale residuo, che tende ad annullarsi per intervalli temporali sufficientemente elevati tra passaggi consecutivi.

Nei provini sottoposti a *test* di fatica lo stato tensionale non ha tempo di elidersi, a causa del breve periodo di riposo tra cicli di carico consecutivi; la propagazione delle fessure e la conseguente rottura del provino avvengono più rapidamente rispetto alla condizione in opera ed i corrispondenti fattori di traslazione necessitano quindi di valori maggiori

Si ricorda infine che tali fattori, maggiori per strati della pavimentazione più spessi, sono stati sviluppati per un particolare metodo di progettazione della sovrastruttura; bisogna quindi prestare attenzione nell'applicare i relativi valori a risultati ottenuti con metodi di progetto diversi, oppure, con prove di laboratorio differenti [Airey, 1995].

6. CONCLUSIONI

I metodi di progettazione della miscela bituminosa si basano innanzitutto sulla determinazione delle proprietà per le componenti ed il conglomerato sollecitati con prove statiche e dinamiche.

I *test* necessari alla qualificazione prestazionale del materiale, al fine di un impiego in campo stradale, erano inizialmente basati sui risultati delle esperienze riscontrate in sito dai ricercatori.

Tali prove, impiegate nei metodi di *mix design* empirico e della “ricetta”, forniscono una valutazione grossolana della risposta meccanica del conglomerato alle sollecitazioni causate dal traffico.

Al fine della corretta rappresentazione in laboratorio dello stato tenso-deformativo della miscela in opera, sono state quindi definite delle prove per la valutazione delle proprietà intrinseche del conglomerato, correlate alle condizioni di carico agenti nelle diverse fasi di realizzazione della sovrastruttura.

Con i risultati dei *test* fondamentali e simulativi è stato così possibile sviluppare nuovi metodi di *mix design* per la determinazione dell'*optimum* di composizione della miscela in base alle caratteristiche del traffico veicolare, alle condizioni ambientali ed ai fattori strutturali della pavimentazione.

I metodi volumetrico, *performance-based* e *performance-related*, basati sulle prove fondamentali e simulate, sono stati concepiti per garantire, durante la vita utile della sovrastruttura, livelli prestazionali minimi e non il massimo valore della singola proprietà meccanica.

La norma *UNI EN 13108-20* elenca le proprietà, per la miscela e le relative componenti, utilizzate nei metodi di *mix design*, specificando inoltre la tipologia delle specifiche ed il tipo di prove.

Le principali proprietà del conglomerato, necessarie per stabilire la ricetta ottima della miscela, sono la rigidità e le resistenze alle deformazioni permanenti ed alla fatica.

Per tali proprietà sono stati analizzati i parametri di valutazione ed i fattori di influenza, mettendo così in evidenza le possibili correlazioni esistenti tra le grandezze prese in esame.

È stata inoltre eseguita l'analisi delle prove, riportando i modelli analitici sviluppati dai ricercatori per il calcolo del corrispondente valore con i parametri di base.

L'analisi condotta nel presente capitolo mette in evidenza l'impossibilità di poter rappresentare completamente lo stato tenso-deformativo, per il conglomerato in opera, mediante un unico *test* di laboratorio; la difficoltà dipende non solo dai numerosi fattori che influenzano la risposta meccanica della miscela, ma anche dalle modalità di interazione tra il bitume e l'aggregato; l'interazione tra le componenti del conglomerato varia infatti in funzione della frequenza e dell'intensità massima del carico, della temperatura e del periodo di riposo tra due applicazioni consecutive.

Non esiste quindi attualmente un metodo di *mix design* in grado di ottimizzare contemporaneamente le proprietà di rigidezza e resistenza all'ormaiamento ed alla fatica; per ciascuna proprietà è infatti necessario eseguire diversi tipi di prove rappresentative delle diverse modalità di sollecitazione della miscela a causa del traffico veicolare, modificando inoltre per ciascuna la temperatura, il valore massimo ed il tempo di applicazione della forza.

CAPITOLO 2

MODELLI COSTITUTIVI DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

1. INTRODUZIONE

Nel presente capitolo vengono esaminati i principali modelli costitutivi del conglomerato bituminoso, utilizzati dai ricercatori nelle simulazioni con codici di calcolo *FEM* o *DEM*, al fine di riprodurre correttamente lo stato tenso-deformativo dei provini sottoposti a *test* statici o dinamici.

La miscela presenta infatti una deformazione rispettivamente elastica, viscoelastica lineare, viscoelastica non lineare e visco-elasto-plastica, a seconda dalla temperatura, dell'intensità e della frequenza della forza.

Per piccole deformazioni il materiale sviluppa un comportamento lineare, mentre nel caso più generale la miscela manifesta un comportamento visco-elasto-plastico in campo non lineare.

Le leggi costitutive finalizzate alla rappresentazione analitica delle diverse risposte meccaniche del conglomerato possono essere classificare nei gruppi dei modelli al continuo e dei modelli micromeccanici.

I modelli appartenenti al primo gruppo trattano il materiale granulare legato come un mezzo continuo ed omogeneo, che sviluppa una risposta alle sollecitazioni in base a schemi meccanici con comportamento macroscopico analogo a quello del provino.

Ad eccezione del modello di rigidità teorizzato da *Van der Poel*, che prende in considerazione alcuni parametri rappresentativi delle proprietà dei componenti della miscela, i modelli al continuo sono di tipo fenomenologico; tali sistemi, formati da molle ed ammortizzatori combinati in serie e/o in parallelo, riproducono infatti, nella medesima condizione di carico del provino, le componenti di deformazione osservate in laboratorio.

Il secondo gruppo è quello dei modelli micromeccanici, che simulano il comportamento tenso-deformativo del materiale con leggi basate sulle proprietà microscopiche dell'aggregato e mediante un modello di variazione dello spessore del film di legante interposto tra le particelle del sistema.

Appartengono al secondo gruppo anche i modelli microstrutturali ad elementi finiti che suddividono, per esempio, la struttura interna del provino in elementi aggregato, con risposta elastica, e bitume con risposta viscoelastica.

Si ricorda infine la modellazione ad elementi distinti particellari, che permette di rappresentare la reale natura granulare del conglomerato mediante particelle di forma sferica e diametro differente; tali elementi si scambiano forze e momenti per mezzo di una legge costitutiva definita nei punti di contatto, che trasforma le grandezze cinematiche in dinamiche.

2. MODELLI AL CONTINUO

I modelli costitutivi al continuo, utilizzati da oltre cinquanta anni per la rappresentazione analitica del conglomerato bituminoso, sono leggi di natura qualitativa o empirica classificate nel seguente modo:

- modello di rigidezza;
- modello elastico lineare;
- modelli viscoelastici lineari;
- modelli viscoelastici non lineari;
- modelli elasto-plastici;
- modelli visco-plastici;
- modelli visco-elasto-plastici.

2.1. Modello di rigidezza

Il modello di rigidezza è stato inizialmente definito da *Van der Poel* [69] per descrivere il comportamento del bitume in base al tempo di applicazione della forza ed alla temperatura. *Van der Poel* si è successivamente servito del concetto di rigidezza per studiare il comportamento dinamico e quasi statico delle miscele bituminose, in campo lineare, soggette a deformazioni di piccola entità [70].

La rigidezza del conglomerato bituminoso S_{mix} è stata quindi determinata in funzione della rigidezza del bitume S_{bit} e della frazione in volume dell'aggregato.

Tali grandezze sono state così correlate da *Heukelom* e *Klomp* mediante una relazione indipendente dal tempo di carico e dalla temperatura.

$$\frac{S_{mix}}{S_{bit}} = \left[1 + \frac{2.5}{n} \cdot \frac{C_v}{1 - C_v} \right]^n \quad (2.1)$$

Nell'equazione (2.1) C_v è il volume di concentrazione dell'aggregato nella miscela dato dalla (2.2) e n un coefficiente calcolato mediante la (2.3) in base alla rigidezza del bitume.

$$C_v = \frac{V_{AGGREGATO}}{V_{AGGREGATO} + V_{BITUME} + V_{ARIA}} \quad (2.2)$$

$$n = 0.83 \cdot \log \left[\frac{4 \cdot 10^{10}}{S_{bit}(Pa)} \right] \quad (2.3)$$

La relazione di *Heukelom* e *Klomp* è stata determinata mediante l'interpolazione dei risultati di prove statiche e dinamiche eseguite su provini con il 3% dei vuoti interparticellari ed un valore di C_v compreso tra 0.7 e 0.9.

La (2.1) è stata poi modificata da *Brown* al fine di calcolare la rigidezza della miscela in funzione della rigidezza del legante S_{bit} e della percentuale dei vuoti nell'aggregato *VMA* [7].

$$\frac{S_{mix}}{S_{bit}} = \left[1 + \frac{275.5 - 2.5 \cdot VMA}{n(VMA - 3)} \right]^n \quad (2.4)$$

Il rapporto di rigidezze definito dalla (2.4) è valido, come evidenzia il nomogramma in figura 2.1, per valori di *VMA* compresi tra 12% e 30% e per una rigidezza del legante S_{bit} non inferiore a 5 MPa. Per valori di S_{bit} superiori a 5 MPa il bitume presenta infatti un comportamento elastico, mentre per valori inferiori la risposta meccanica della miscela può essere di tipo elastico, visco-elastico o viscoso.

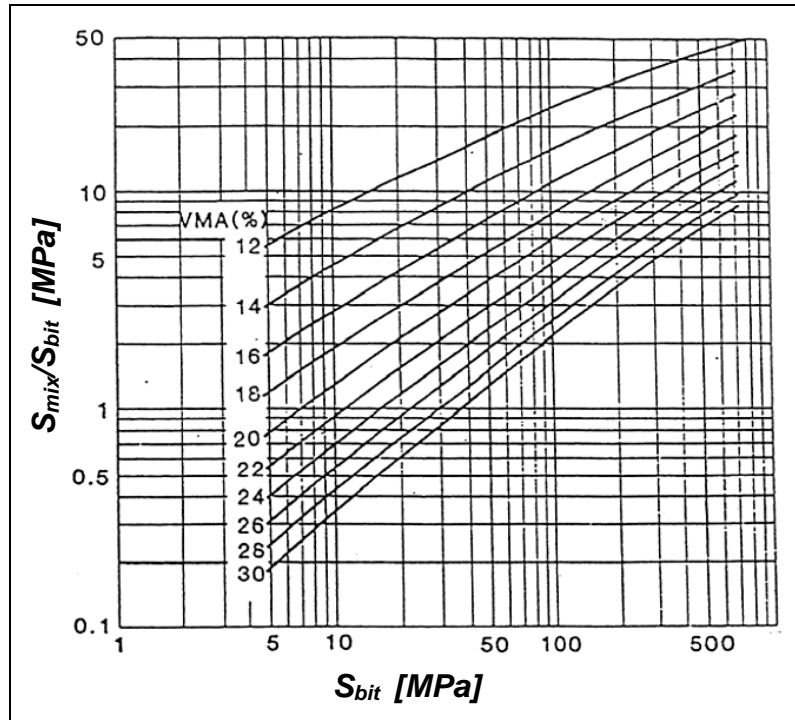


Figura 2.1: Nomogramma di *Brown* per il calcolo del modulo di rigidezza di una miscela bituminosa

2.2. Modello elastico lineare

Il modello costitutivo più semplice per un conglomerato bituminoso è basato sulla teoria dell'elasticità lineare. Un materiale si definisce elastico quando si verificano contemporaneamente le seguenti ipotesi: la curva di scarico è identica a quella di carico e la deformazione è completamente reversibile. Per un materiale elastico-lineare, in accordo con la legge di *Hooke*, i tensori delle tensioni $\{\sigma\}$ e delle deformazioni $\{\varepsilon\}$ sono correlati mediante la matrice di rigidezza $[D]$.

$$\{\sigma\} = [D] \times \{\varepsilon\} \quad (2.5)$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu & \nu & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La matrice $[D]$, per un materiale con rigidità indipendente dal tempo di carico e dalla temperatura, viene definita mediante il modulo di Young E ed il coefficiente di Poisson ν ; in una miscela con rigidità variabile in funzione della temperatura e del tempo di carico, tale matrice viene invece calcolata sostituendo ad E il modulo di rigidità S_{mix} della miscela.

Il metodo elastico lineare è attualmente impiegato nel codice di calcolo *BISAR* per l'analisi strutturale delle pavimentazioni e riproduce correttamente il comportamento di una sovrastruttura stradale alle basse temperature e per brevi tempi di carico.

Tale metodo è stato anche utilizzato per la progettazione delle sovrastrutture flessibili in base alla valutazione delle relative caratteristiche prestazionali (*Eisenmann, Ulliditz e Peutz*) e nella "versione" non-lineare è stato impiegato nello studio di problemi connessi al comportamento non-lineare della miscela.

2.3. Modelli viscoelastici lineari

I materiali con stato tenso-deformativo dipendente dal tempo sono definiti viscoelastici. Anche i conglomerati bituminosi, per bassi livelli di tensione e deformazione, possono essere studiati nella fase di carico con modelli viscoelastici lineari [46].

La descrizione del comportamento della miscela con la teoria viscoelastica è divenuta popolare tra i ricercatori nel 1950, quando *Van der Poel* definì per la prima volta, in analogia al modulo elastico, il modulo di rigidità S_{bit} del bitume in base al tempo di carico ed alla temperatura.

Tale metodo è stato soggetto negli anni a modifiche ed integrazioni per descrivere completamente il comportamento del conglomerato mediante modelli formati da parti elastiche, plastiche, viscoelastiche e viscoplastiche [61, 63, 64, 67].

Le tensioni σ e le deformazioni ε del materiale viscoelastico incompressibile sono state calcolate da *Johnson* in base alla tensione deviatorica (σ) ed alla deformazione deviatorica (ε), mediante le equazioni (2.7) e (2.8) dove con $Y(t)$ si indica il modulo di rilassamento e con $J(t)$ la cedevolezza da deformazione viscosa (*creep compliance*) [32].

$$(\sigma) = \int_0^t Y(t-t') \frac{\partial \varepsilon(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.7)$$

$$(\varepsilon) = \int_0^t J(t-t') \frac{\partial \sigma(t')}{\partial t'} dt' \quad (2.8)$$

Il modulo $Y(t)$ è rappresentativo della variazione dello stato tensionale in funzione dell'incremento infinitesimo della deformazione, mentre la cedevolezza $J(t)$ esprime la variazione della deformazione per incrementi infinitesimi di tensione.

Il conglomerato bituminoso presenta infatti uno stato deformativo caratterizzato dai campi di elasticità iniziale, elasticità ritardata e deformazione viscosa sotto carico costante.

Johnson studiò la risposta deformativa di un materiale viscoelastico ideale soggetto a tensione costante, mediante due modelli meccanici che sviluppano separatamente le deformazioni elastica ritardata e viscosa.

Il primo modello simula gli effetti dell'elasticità ritardata mediante la connessione, secondo lo schema (a) in figura 2.2, di molle con costanti elastiche K_1 e K_2 e di un ammortizzatore con coefficiente di smorzamento viscoso C .

La risposta deformativa ε , per il sistema soggetto alla tensione costante σ_0 , viene quindi determinata in base al tempo t mediante l'equazione (2.9).

$$\varepsilon(t) = J(t) \cdot \sigma_0 = \left\{ \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)} \right] \right\} \cdot \sigma_0 \quad (2.9)$$

$$\tau_1 = \frac{C}{K_2} \quad (2.10)$$

Il modello di *Maxwell* simula invece gli effetti della deformazione viscosa con una molla di costante K ed un ammortizzatore di costante C disposti in serie, al fine di sviluppare nel tempo una deformazione ε secondo l'equazione (2.11).

$$\varepsilon(t) = J(t) \cdot \sigma_0 = \left\{ \frac{I}{K} + \frac{I}{C} \cdot t \right\} \cdot \sigma_0 \quad (2.11)$$

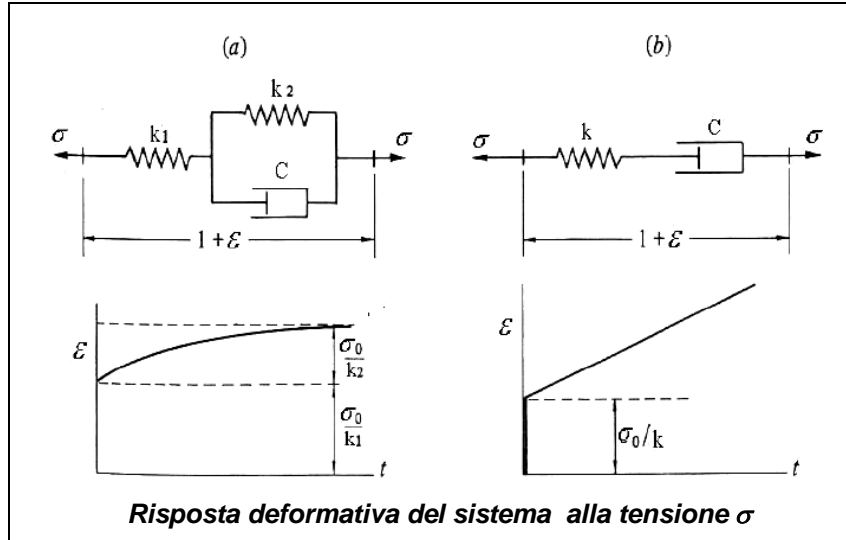


Figura 2.2: Modelli viscoelastici di *Johnson* per lo studio (a) dell'elasticità ritardata e (b) della deformazione viscosa sotto carico costante

Mediante la combinazione di una coppia molla-ammortizzatore in parallelo (modello di *Voigt*) con una coppia molla-ammortizzatore in serie (modello di *Maxwell*) è stato creato successivamente il modello di *Burger*, in grado di rappresentare contemporaneamente le deformazioni elastica ritardata e viscosa indotte nel sistema da una tensione σ_0 costante (figura 2.3.a).

La risposta deformativa del modello è quindi data dall'equazione (2.12).

$$\varepsilon(t) = J(t) \cdot \sigma_0 = \left\{ \frac{I}{K_1} + \frac{t}{C_\infty} + \frac{I}{K_2} \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)} \right] \right\} \cdot \sigma_0 \quad (2.12)$$

$$\tau_1 = \frac{C_2}{K_2} \quad (2.13)$$

Per il modello di *Burger* la risposta deformativa nel tempo presenta, nella fase di carico, un primo tratto elastico istantaneo (OA) seguito da una curva AC di combinazione della risposta elastica ritardata (AB) con quella viscosa (BC).

Il modello, terminata l'applicazione della tensione costante σ_0 , restituisce quindi la deformazione elastica istantanea e buona parte di quella elastica ritardata, evidenziando infine una componente irreversibile a partire dal punto E (figura 2.3.b).

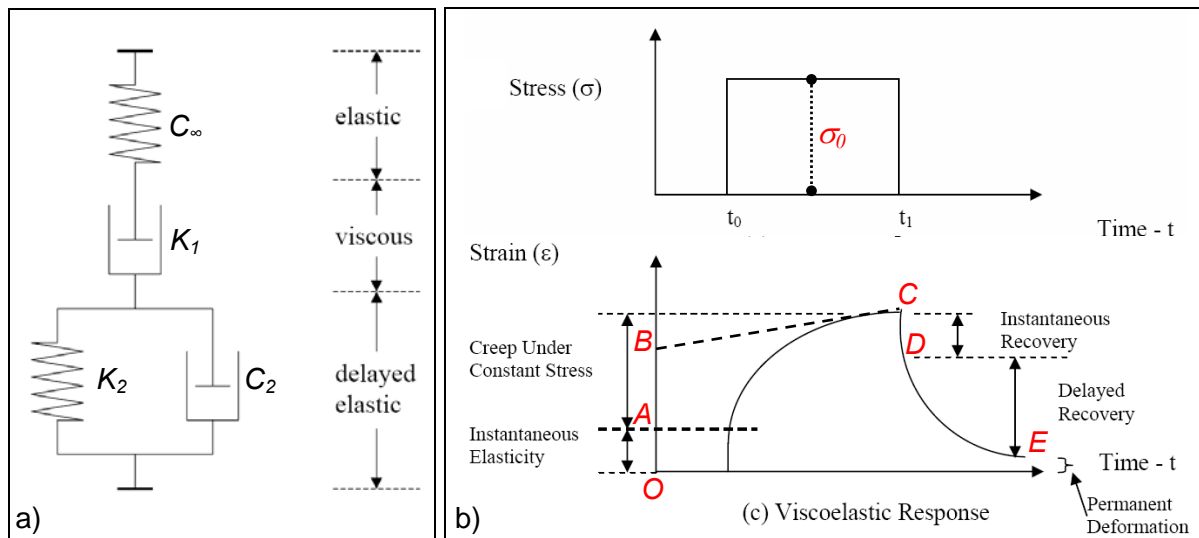


Figura 2.3: a) Modello di *Burger* – b) Modalità di applicazione della tensione e corrispondente risposta deformativa per il Modello di *Burger*

Pagen ha invece analizzato il comportamento viscoelastico del conglomerato bituminoso con modelli fenomenologici basati sulle proprietà reologiche delle miscele, proponendo la funzione *creep compliance* $J_c(t)$ per descrivere la risposta deformativa del materiale sotto carico costante [53].

Lo studio, eseguito con numerosi provini compattati mediante la pressa giratoria e sottoposti in laboratorio a prove statiche e dinamiche, ha dimostrato la validità dei modelli viscoelastici lineari per la determinazione delle proprietà fondamentali delle miscele bituminose con bassi livelli tensionali.

Monismith ha infine verificato la validità di un modello a quattro elementi, rappresentato in figura 2.5, sottoponendo in laboratorio dei provini di conglomerato bituminoso ai seguenti *test* di compressione triassiale: prove di carico assiale ripetuto, *creep test* e prove di rilassamento.

Il modello riproduce con buona precisione le caratteristiche reologiche delle miscele per deformazioni di piccola entità (minori del 0.1% della deformazione di plasticizzazione), permettendo così di determinare le proprietà dei conglomerati per diverse condizioni di carico e ambientali e di prevedere quindi in un campo limitato di deformazioni il reale comportamento del materiale [47, 48].

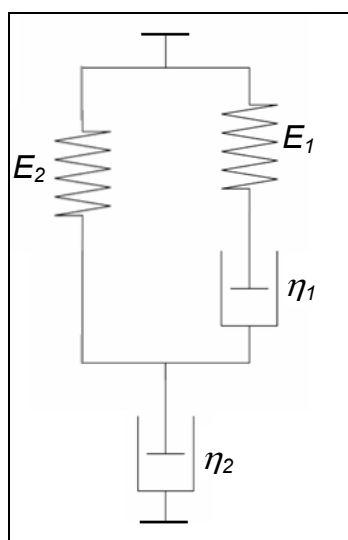


Figura 2.5: Modello di *Monismith*

2.4. Modelli viscoelastici non lineari

I modelli viscoelastici non lineari permettono di modellare correttamente la risposta del conglomerato bituminoso soggetto ad elevati livelli tensionali e deformativi oppure sottoposto a cicli di carico. *Fitzgerald* e *Vakili* hanno inoltre dimostrato, con indagini teoriche e sperimentali, l'affidabilità delle equazioni costitutive omogenee non lineari per il calcolo dello stato tenso-deformativo di miscele sabbia-bitume [24].

Lai e *Anderson* hanno suggerito l'utilizzo del modello generalizzato non lineare di *Kelvin* per lo studio del comportamento viscoelastico di una miscela.

Il modello si compone di un ammortizzatore non lineare connesso in serie con una catena non lineare di *Kelvin*, al fine di poter descrivere, in funzione del tempo, la deformazione irreversibile con il primo elemento e quella reversibile mediante la catena non lineare [39].

Teorie viscoelastiche non lineari sono inoltre state utilizzate per l'analisi del comportamento di provini sottoposti al *3-point bending test*, evidenziando un incremento degli effetti non lineari al crescere dell'intensità della forza e dell'intervallo di applicazione (*Judycki*, 1992) [35].

2.5. Modelli elastoplastici

Esistono modelli costitutivi basati sulla teoria della plasticità dinamica, per la rappresentazione della risposta meccanica del conglomerato bituminoso con deformazione anelastica dipendente dalla velocità di applicazione del carico (*Scarpas e Blaauwendraad*, 1998).

Tali modelli sono stati sviluppati in base a fattori fondamentali della teoria classica della plasticità come lo scorrimento superficiale e le risposte deformative di tipo *hardening* e *softening* (*Erkens*, 2000).

Collop, Airey, Dunhill e Scarpas hanno proposto un modello elastoplastico per simulare il danno delle sovrastrutture flessibili, ipotizzando la velocità di applicazione del carico ($\dot{\epsilon}$) composta dalle sole componenti elastica ($\dot{\epsilon}_e$) e plastica ($\dot{\epsilon}_p$) [22].

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (2.14)$$

La componente elastica è stata definita mediante la (2.15) in funzione della matrice di elasticità (D^e) e del tensore degli sforzi ($\dot{\sigma}$), mentre quella plastica viene invece calcolata con la (2.16) in base ai seguenti parametri: costante di proporzionalità scalare ($\dot{\lambda}$), funzione della risposta superficiale (f) e livello tensionale (σ).

$$\dot{\epsilon}_e = D^{e-1} \dot{\sigma} \quad (2.15)$$

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2.16)$$

I parametri $\dot{\lambda}$ e f devono soddisfare le condizioni standard di *Kuhn-Tucker* e la derivata prima della funzione di risposta superficiale deve inoltre rendere vera la condizione di consistenza rappresentata dall'uguaglianza (2.18), dove con T si indica la temperatura e con κ una misura della risposta deformativa di tipo *hardening* o *softening*.

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad f \leq 0 \quad \dot{\lambda} f = 0 \quad (2.17)$$

$$\dot{f}(\sigma, \dot{\epsilon}, T, \kappa) = 0 \quad (2.18)$$

Nella presente formulazione si possono quindi distinguere due fasi della deformazione anelastica del materiale: la prima è rappresentata dalla risposta di tipo *hardening* per l'intervallo da zero al valore massimo della tensione, mentre la seconda è quella di tipo *softening* valida oltre il picco tensionale.

Per simulare la fase anelastica di tipo *hardening* è stato utilizzato un modello gerarchico di riferimento definito da *Desai* mediante la funzione di scorrimento superficiale f_D in base all'equazione (2.19).

$$f_D = \frac{J_2}{p_a^2} - F_b F_s = 0 \quad (2.19)$$

La funzione f_D dipende dalle funzioni fondamentale (F_b) e di forma (F_s), dal secondo invariante delle tensioni (J_2) e dalla pressione atmosferica (p_a).

$$F_b = \left[-\alpha \left(\frac{I_1 - R}{p_a} \right)^n + \gamma \left(\frac{I_1 - R}{p_a} \right)^2 \right] \quad (2.20)$$

$$F_s = \left[1 - \beta \cos \left(\frac{\sqrt{27}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_3^{3/2}} \right) \right]^{-0.5} \quad (2.21)$$

Nelle (2.20) e (2.21) con I_1 e J_3 si indicano il primo ed il terzo invariante di tensione, mentre R è un parametro definito secondo la resistenza a trazione triassiale del materiale.

L'*hardening* del materiale è controllato mediante il parametro α , correlato con la funzione di scorrimento superficiale; quando tale parametro diminuisce di valore, la funzione f_D aumenta fino a raggiungere il valore di picco per α uguale a zero, trasformandosi così, nel piano $I_1 - \sqrt{J_2}$, da curva in retta (figura 2.6).

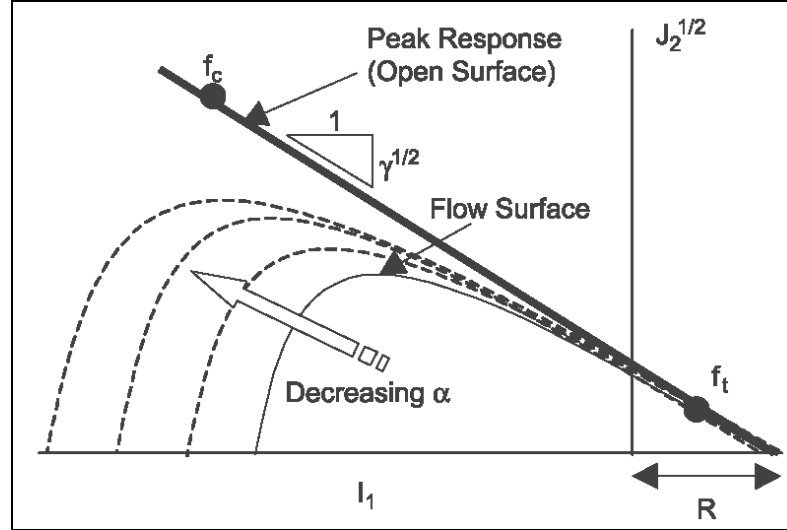


Figura 2.6: Rappresentazione della funzione di scorrimento superficiale f_D nel piano $I_1 - \sqrt{J_2}$

Il parametro α è infatti definito come funzione decrescente di grandezze fisiche crescenti quali, ad esempio, la deformazione plastica equivalente ed il lavoro plastico (Airey, 2002).

Nel presente modello costitutivo α viene determinato in base alle deformazioni plastiche ξ_p e $\xi_{p\lim}$ relativa al picco di tensione, al coefficiente α_1 di definizione della risposta anelastica ed al parametro c determinato sperimentalmente.

$$\alpha = \frac{\alpha_1 (\xi_{p\lim} - \xi_p)}{1 + c \xi_p} \quad (2.22)$$

Il parametro γ definisce invece lo scorrimento della superficie rappresentativa della rottura o della tensione massima raggiunta dal materiale durante la prova, mentre β controlla la forma della superficie di scorrimento nel piano deviatorico.

Per deformazioni superiori al valore corrispondente al picco di tensione, il materiale presenta inoltre una rigidezza decrescente in base al tempo.

L'indebolimento della miscela è stato quindi simulato con un criterio *softening* isotropo, definendo il parametro γ mediante una equazione esponenziale decrescente basata sulla funzione di decadimento ξ_{pf} per deformazione plastica equivalente della frattura.

$$\gamma = \eta \gamma_f + (1 - \eta) \gamma_r \quad (2.23)$$

$$\eta = (1 + \kappa \xi_{pf}) e^{-\kappa \xi_{pf}} \quad (2.24)$$

Nelle (2.23) e (2.24) con γ_f e γ_r si indicano i valori iniziale e finale di γ , mentre κ è un coefficiente determinato sperimentalmente.

I parametri del modello sono stati quindi calibrati mediante prove di compressione e trazione monoassiale eseguite, per diverse temperature della miscela e velocità di applicazione della forza, con provini di *Dense Bitumen Macadam (DBM)* ed *Hot Rolled Asphalt (HRA)* (figure 2.7.a e 2.7.b).

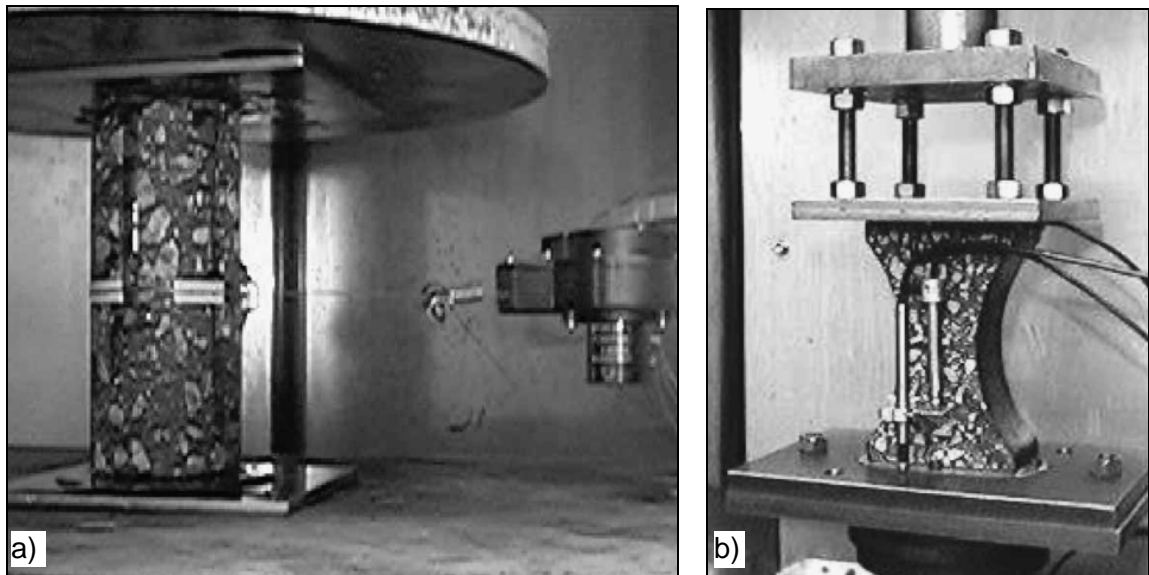


Figura 2.7: a) provino per *test* di compressione monoassiale – b) provino per *test* di trazione monoassiale

Il modello costitutivo calibrato è stato successivamente implementato con un codice di calcolo ad elementi finiti per simulare la propagazione del danno negli strati di una sovrastruttura flessibile formata dai seguenti strati: un sottofondo in sabbia con spessore 15 m, una fondazione in materiale granulare alta 25 cm ed infine strati legati a bitume con spessore complessivo pari a 15 cm.

Per la pavimentazione sollecitata in superficie con una forza impulsiva sinusoidale sono state rappresentate, nella generica sezione trasversale, le tipologie di danno rispettivamente deviatorico, volumetrico e totale (figure 2.8, 2.9 e 2.10).

Il danno volumetrico da compressione è associato alle deformazioni correlate con la compattazione anelastica del materiale; quello volumetrico da trazione è associato alle deformazioni correlate con la rottura ed anche il danno deviatorico è il risultato di stati tensionali di trazione e compressione legati al meccanismo di *cracking*.

La simulazione ha evidenziato un danno deviatorico inizialmente vicino ai bordi dell'area di carico con diffusione progressiva attraverso gli strati della pavimentazione; tale modellazione ha inoltre sviluppato un danno volumetrico concentrato nell'area sottostante al carico, con tensioni di compressione al centro e trazione ai bordi, mostrando come l'innescò della fessurazione superficiale avvenga nella zone di transizione.

Il modello costitutivo teorizzato da *Collop, Airey, Dunhill e Scarpas* ha quindi simulato correttamente una sovrastruttura flessibile sollecitata dinamicamente mediante un forza di compressione, dimostrando come durante la vita utile della pavimentazione possano svilupparsi contemporaneamente diverse tipologie di danno nei diversi strati a causa del carico veicolare.

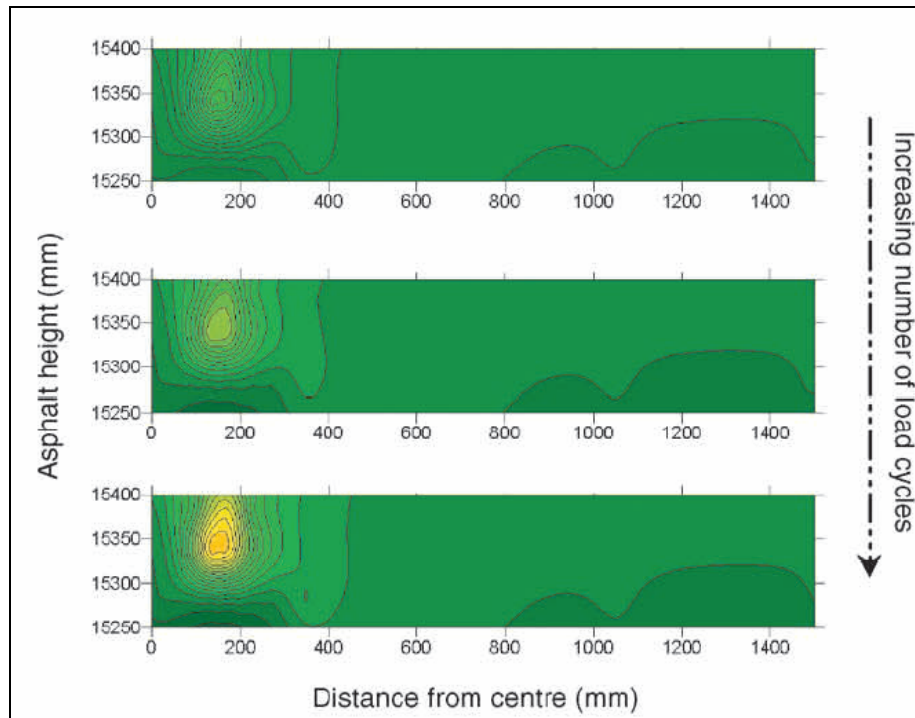


Figura 2.8: Danno deviatorico del modello *FEM*

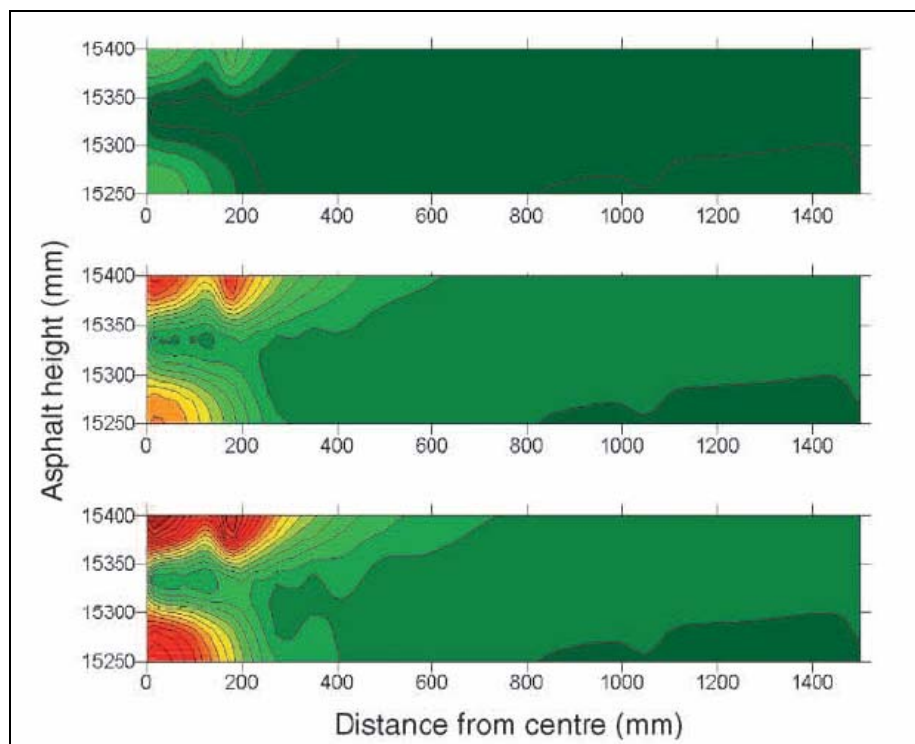
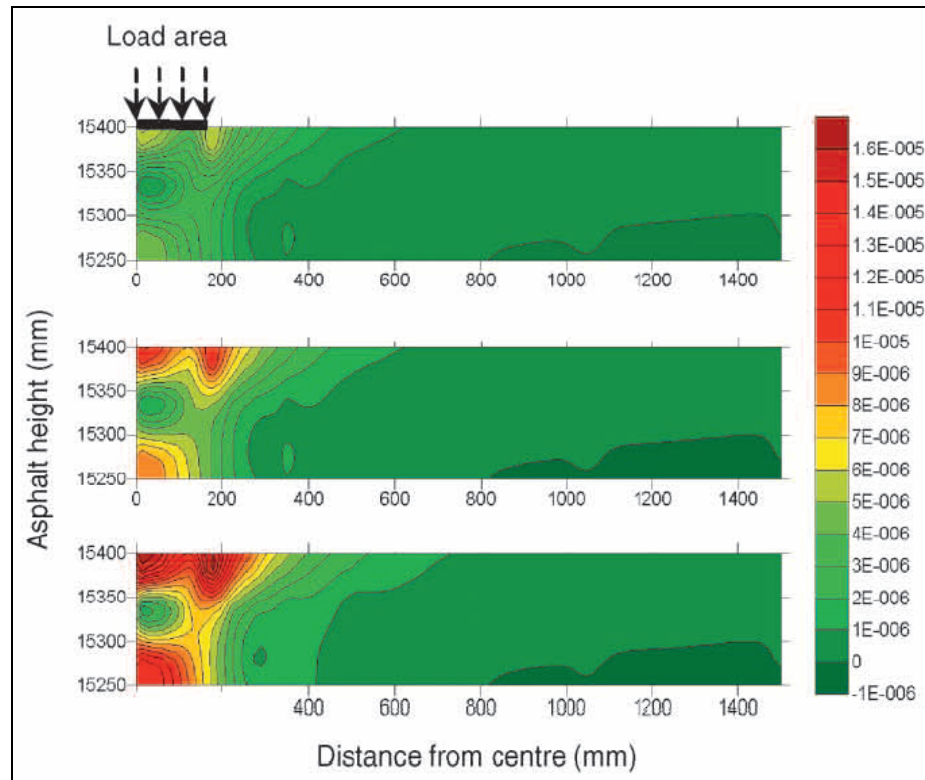


Figura 2.9: Danno volumetrico del modello *FEM*

Figura 2.10: Danno totale del modello *FEM*

2.6. Modelli viscoplastici

I modelli viscoplastici consentono l'analisi della deformazione del conglomerato bituminoso sollecitato con forze statiche o dinamiche, mediante la conoscenza di parametri rappresentativi della struttura microscopica del materiale.

Tashmann ha sviluppato un modello viscoplastico per la riproduzione dello stato deformativo alle alte temperature con provini cilindrici compattati mediante pressa giratoria e sottoposti alla prova triassiale di compressione [65].

Lo studio è stato quindi inerente allo sviluppo, per un mezzo continuo, di un modello costitutivo che correla la risposta macroscopica con le seguenti grandezze microscopiche: vettore normale al punto di contatto (\bar{n}), *branch vector* (\bar{b}), versori di orientamento della particella (\bar{m}) e dei vuoti interparticellari (\bar{d}) (figura 2.11) (*Kanatani*, 1984; *Tobita* 1989; *Oda* 1993).

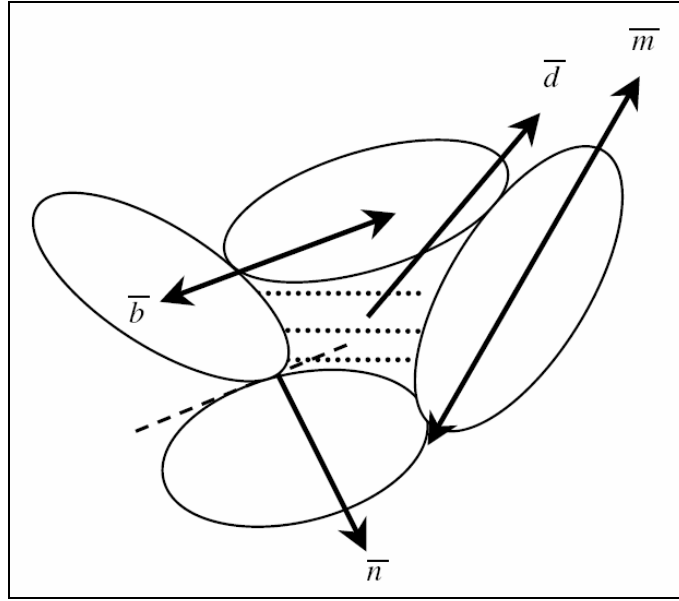


Figura 2.11: Grandezze microscopiche del materiale granulare

Le grandezze microscopiche sono state così definite:

- versore normale al punto di contatto: è il versore ortogonale per il piano tangente alla coppia di particelle nel punto di intersezione;
- *branch vector*: è il vettore congiungente i centri di massa della coppia di particelle;
- versore di orientamento della particella: è il vettore disposto lungo l'asse di lunghezza maggiore della particella;
- versore di orientamento dei vuoti interparticellari: è rappresentativo dell'orientamento di un'area vuota racchiusa con una serie di particelle, espressa in unità vuoti.

La struttura granulare della miscela viene rappresentata mediante la distribuzione media anisotropa, per un dato volume di riferimento, di ciascuna grandezza microscopica.

In un volume di riferimento, racchiuso da una superficie di area Ω , per ogni grandezza microscopica il tensore (F_{ij}) viene correlato alla corrispondente funzione densità di probabilità $(E(m))$ con la relazione (2.25) (Kanatani, 1984; Tobita, Oda e Nakayama, 1989).

$$F_{ij} = \int_{\Omega} E(m) m_i m_j d\Omega \quad (2.25)$$

Nella (2.25) con m_i si indica il versore normale dell'angolo solido elementare $d\Omega$ calcolato mediante la (2.26) nel caso 3D e la (2.27) in quello 2D.

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.26)$$

$$d\Omega = d\theta \quad (2.27)$$

La scelta degli elementi microscopici rappresentativi della struttura granulare del conglomerato, dipende del metodo di prova utilizzato per stabilire la correlazione esistente tra i parametri microscopici e la risposta macroscopica del materiale.

Sono grandezze correlate alla deformazione ed al meccanismo di rottura del materiale granulare il versore normale al punto di contatto e quello di orientamento della particella; quando la miscela viene sollecitata con una forza, gli assi principali del tensore dei contatti ruotano sovrapponendosi ai corrispondenti assi del tensore degli *stress* (Tobita, 1989; Oda, 1993).

Raggiunto il valore di picco delle tensioni, nonostante continui nella miscela il processo deformativo, gli assi principali dei due tensori coincidono; quelli principali del tensore di orientamento delle particelle conservano invece durante tale lavoro di deformazione l'allineamento iniziale.

Un modello costitutivo per il conglomerato basato su parametri microscopici dovrà quindi includere il tensore di orientamento delle particelle, mentre quello associato ai contatti potrà essere sostituito con il corrispondente tensore degli sforzi.

Oda e Nakayama hanno sviluppato un tensore microstrutturale in base alla distribuzione del versore di orientamento per le particelle di un materiale granulare, studiando la distribuzione dell'aggregato mediante l'analisi tomografica di numerose sezioni trasversali (figura 2.12).

La loro teoria si fonda su due ipotesi, confermate in laboratorio anche per i conglomerati bituminosi da Masad e Tashman, che sono le seguenti: il materiale presenta un asse di simmetria parallelo alla direzione di applicazione della forza, mentre gli assi maggiore e minore dell'insieme di particelle esaminato si dispongono in direzione ortogonale e parallela alla direzione del carico.

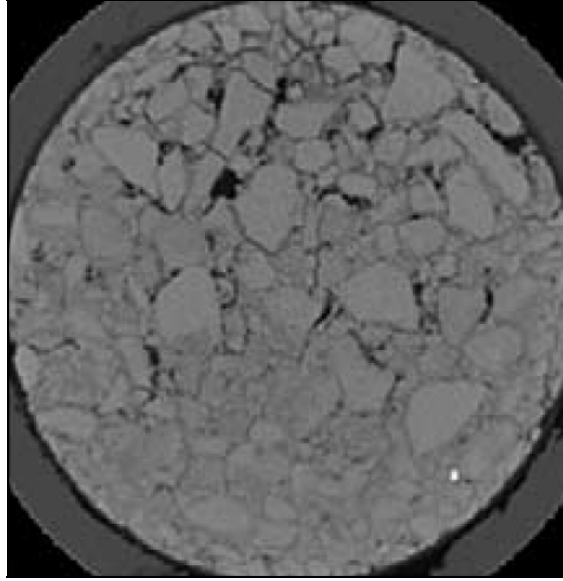


Figura 2.12: Sezione trasversale realizzata per il conglomerato con la tomografia assiale computerizzata

I ricercatori hanno espresso il tensore microstrutturale F_{ij} in funzione del vettore magnitudine Δ , che quantifica l'anisotropia media per la distribuzione dell'orientamento delle particelle nelle sezioni trasversali investigate.

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1-\Delta}{3+\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+\Delta}{3+\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+\Delta}{3+\Delta} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\Delta = \frac{1}{M} \left[\left(\sum_{k=1}^M \cos 2\theta^k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M \sin 2\theta^k \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

Nella (2.29) con θ_k si indica l'orientamento, variabile da -90° a $+90^\circ$, della sezione del singolo grano, mentre M corrisponde al numero totale degli elementi presenti nell'immagine 2D (figura 2.13); il vettore magnitudine varia da zero (materiale isotropo) a uno, per un materiale dotato di completa anisotropia trasversale.

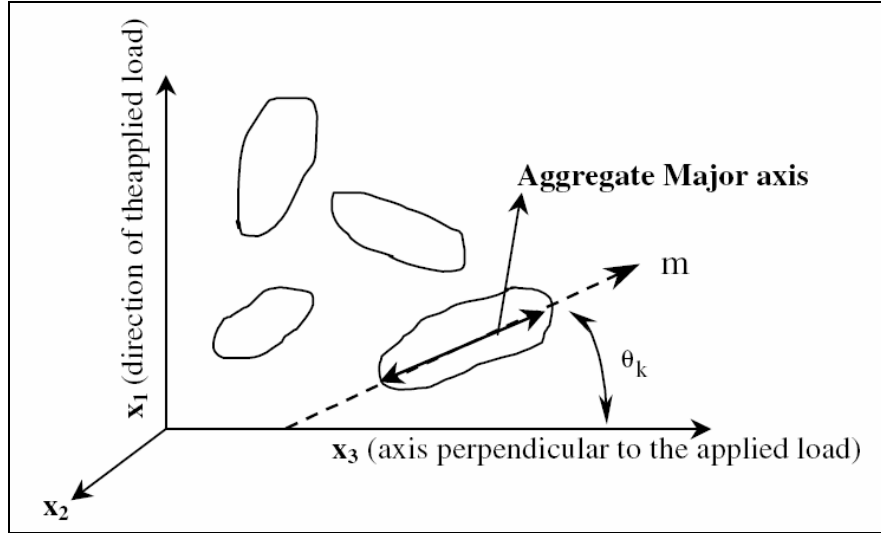


Figura 2.13: Orientamento delle particelle nella sezione di un materiale granulare

Tashmann ha quindi proposto la relazione (2.30), formulata in base alla teoria di *Perzyna*, per determinare la velocità di deformazione visco-plastica ($\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$) del conglomerato sottoposto al *test* di compressione triassiale.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \Gamma \langle \phi(f) \rangle \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.30)$$

Nella (2.30) il tensore della velocità di deformazione è espresso in funzione del parametro di fluidità Γ e delle funzioni potenziale visco-plastica g e di plasticizzazione ϕ .

$$\langle \phi(f) \rangle = \begin{cases} 0, & \phi(f) \leq 0 \\ \phi(f), & \phi(f) > 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

La funzione di plasticizzazione (ϕ) è stata determinata mediante l'equazione *Drucker-Prager* (f), correlata con la pressione di confinamento, l'attrito dell'aggregato e l'ingranamento tra particelle.

Tale funzione è stata opportunamente modificata al fine di considerare anche l'anisotropia dell'aggregato e l'incremento, durante la prova di compressione, della frattura e dei vuoti interparticellari.

La modifica ha comportato quindi l'inserimento nella funzione di plasticizzazione dei parametri di anisotropia (Δ) e danno (ξ).

$$f = \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa \quad (2.32)$$

$$\bar{I}_1^e = \frac{1}{1-\xi} \left[\sigma_{kk} + \lambda \sqrt{24} \left(\frac{\Delta}{3+\Delta} \right) F'_{ij} \sigma_{ij} \right] \quad (2.33)$$

$$\bar{J}_2^e = \frac{1}{(1-\xi)^2} \left[\frac{1}{2} S_{ij} S_{jk} + \mu \sqrt{24} \left(\frac{\Delta}{3+\Delta} \right) F'_{ki} S_{ij} S_{jk} \right] \quad (2.34)$$

Nella equazioni (2.32), (2.33) e (2.34) α e κ sono parametri rappresentativi dell'attrito microscopico e della coesione del legante, λ e μ sono coefficienti di anisotropia dell'aggregato, σ_{ij} e S_{ij} sono infine il tensore degli sforzi di *Cauchy* ed il corrispondente deviatorico.

Sostituendo la (2.32) nella (2.31) la funzione di plasticizzazione è stata quindi sviluppata, secondo una legge di potenza con esponente N , in base alla *Drucker-Prager* modificata.

$$\langle \phi(f) \rangle = \begin{cases} 0, & \text{Assenza Def. Visco-plastica} \\ \left[\sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa \right]^N, & \text{Presenza Def. Visco-plastica} \end{cases} \quad \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa \leq 0 \quad (2.35)$$

La funzione potenziale visco-plastica (g), con forma analitica simile all'equazione (2.32), presenta anche un coefficiente β rappresentativo dell'ingranamento dell'aggregato e della conseguente dilatazione potenziale del materiale (figura 2.14).

$$g = \sqrt{\bar{J}_2^e} - \beta \bar{I}_1^e - c \quad (2.36)$$

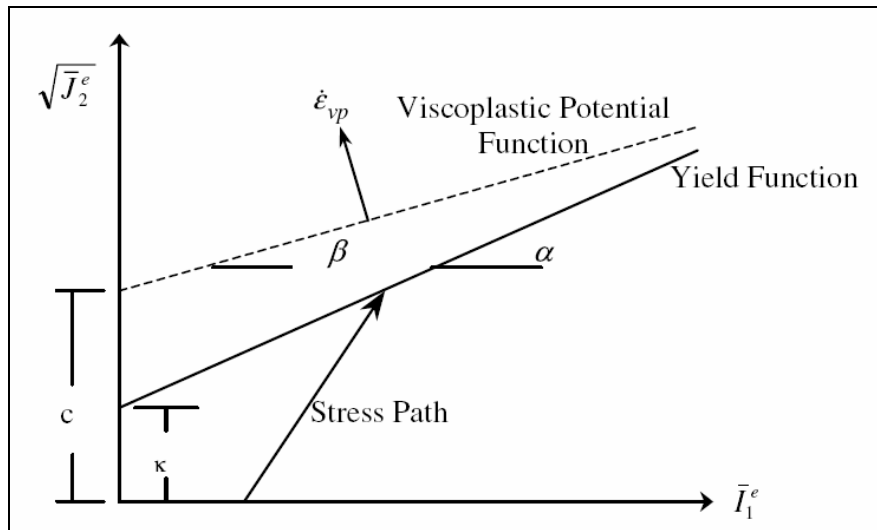


Figura 2.14: Funzioni *Drucker-Prager* modificata e potenziale visco-plastica

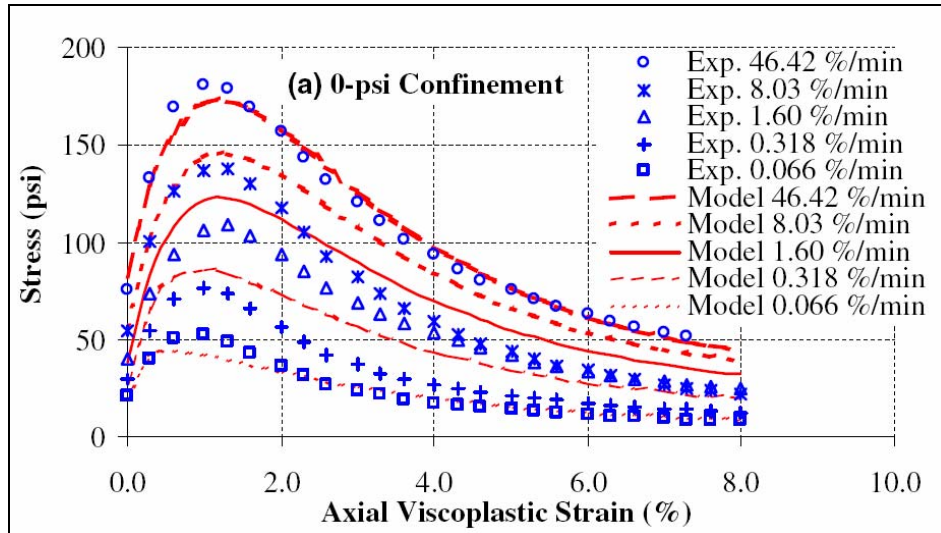
La derivata della funzione g rispetto alla tensione σ_{ij} permette di determinare la direzione di incremento della deformazione in base ai parametri di anisotropia, dilatazione e danno, definiti per la miscela bituminosa.

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{S_{ij}}{2\sqrt{J_2^e}} + \frac{\mu\sqrt{6}\Delta}{(3+\Delta)\sqrt{J_2^e}} \left(F'_{im} S_{mj} + F'_{ik} S_{kj} - \frac{2}{3} F'_{km} S_{mk} \delta_{ij} \right) - \frac{\beta}{1-\xi} \left(\delta_{ij} + \frac{\lambda\sqrt{6}\Delta}{(3+\Delta)\sqrt{J_2^e}} F'_{ij} \right) \quad (2.37)$$

Mediante la sostituzione delle (2.35) e (2.37) nella (2.30) è stato così possibile determinare la velocità di deformazione visco-plastica, per il conglomerato bituminoso, con rapporti tra le velocità di deformazione lungo diverse direzioni indipendenti dal parametro di danno.

Tashmann e Masad hanno poi validato il modello costitutivo con *test* triassiali di compressione per una miscela sottoposta alle seguenti pressioni di confinamento: 0 psi, 15 psi e 30 psi.

La comparazione tra i risultati di laboratorio e quelli ottenuti con la relazione (2.37) hanno infine confermato l'elevato grado di precisione del modello costitutivo microstrutturale (figura 2.15).



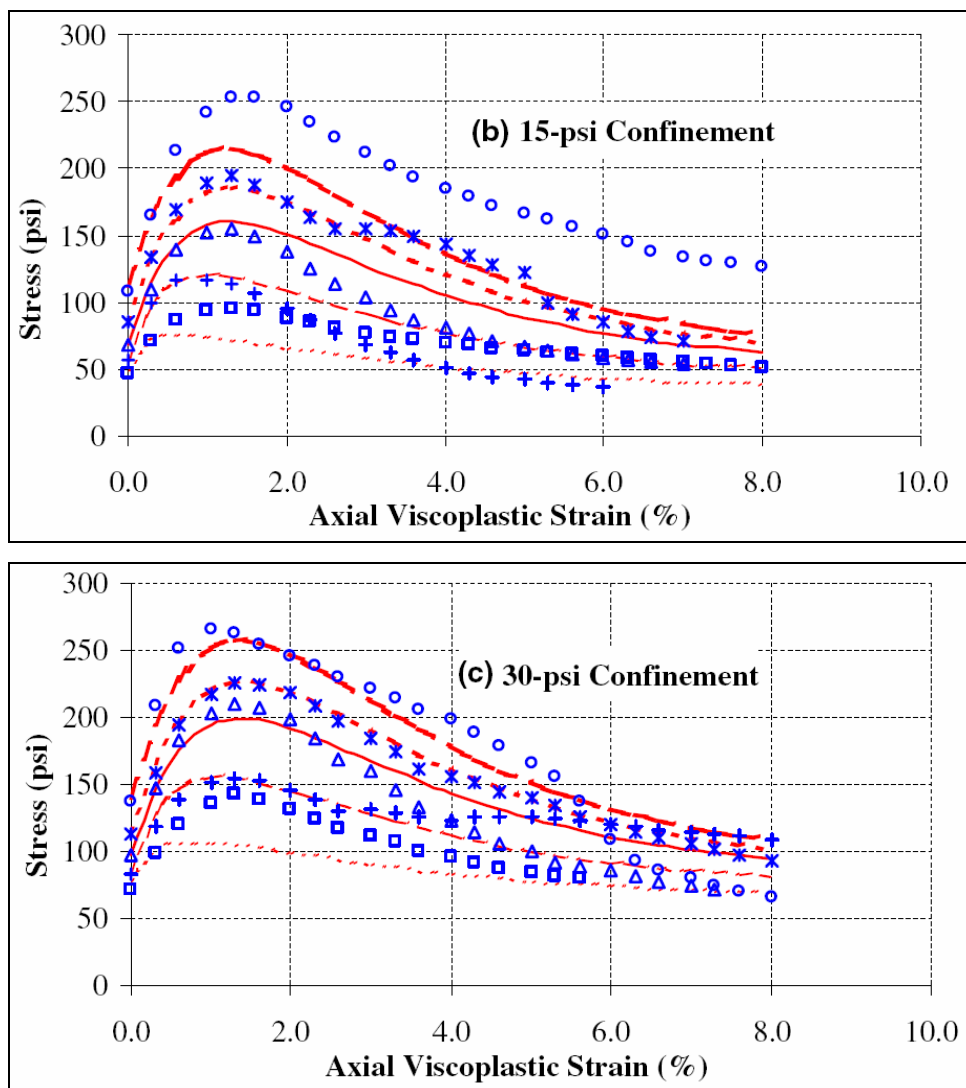


Figura 2.15: Correlazioni deformazione-tensione per le prove di laboratorio ed il modello costitutivo

2.7. Modelli elasto-visco-plastici

I modelli elasto-visco-plastici prendono in considerazione le componenti elastica, plastica, viscoelastica e viscoplastica che definiscono la deformazione complessiva del conglomerato bituminoso.

Perl ha studiato un modello costitutivo in grado di individuare i contributi delle diverse componenti di deformazione in provini sottoposti, alla temperatura di 25°C, a cicli ripetuti di creep monoassiale, per diversi livelli di carico mantenuti costanti durante le prove [55].

L'analisi dei risultati ha evidenziato l'esistenza di componenti di deformazione dipendenti dal tempo e di componenti indipendenti; sono funzioni temporali le deformazioni viscoelastica ε_{ve} e viscoplastica ε_{vp} , mentre quelle elastica ε_e e plastica ε_p non variano nel tempo.

In base al principio di sovrapposizione degli effetti la deformazione totale ε_t viene quindi definita con la sommatoria delle singole componenti (2.38).

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_{ve} + \varepsilon_{vp} \quad (2.38)$$

In figura 2.16 è riportato, in funzione del tempo, il diagramma della deformazione per un provino sottoposto a cicli di carico con intensità costante; nell'istante iniziale della prova (t_0) si osserva lo sviluppo istantaneo delle componenti di deformazione elastica e plastica; tra t_0 e t_1 si attiva il fenomeno del *creep*, avendosi così nel provino una deformazione formata dalle componenti viscoelastica e viscoplastica; tra t_1 e t_2 , quando la forza ha cessato di agire sul provino, è presente la sola deformazione elastica reversibile; nell'istante t_2 la deformazione è infine formata dalle componenti irreversibili viscoelastica e viscoplastica.

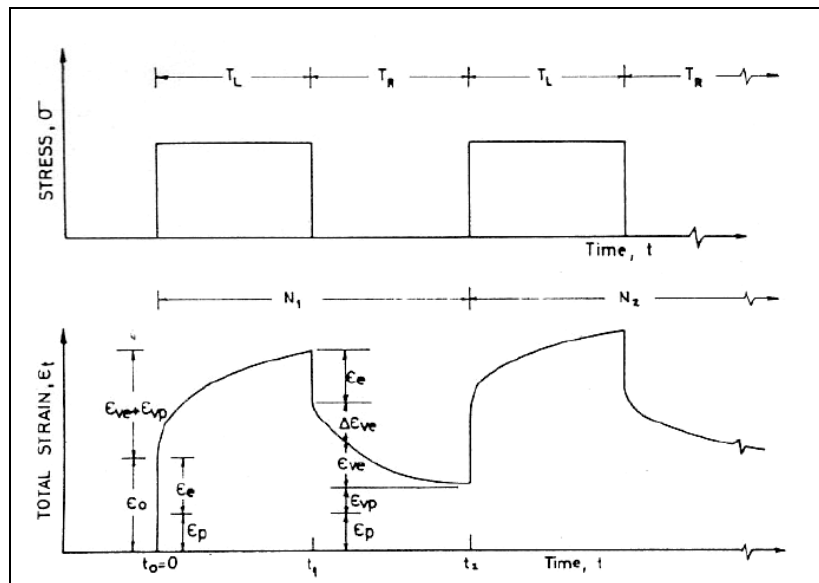


Figura 2.16: Le componenti di deformazione secondo *Perl*

La deformazione viscosa dipende quindi dal tempo di applicazione della forza e dal rapporto temporale tra le fasi di carico e scarico, mentre la deformazione plastica è proporzionale all'intensità della forza agente sul provino.

Anche le componenti della deformazione elastica e plastica sono correlate all'intensità della forza, la prima mediante una funzione lineare e la seconda con una funzione in parte non lineare (*Drescher*) [21].

Per un materiale sottoposto a N cicli di *creep* monoassiale, *Lu* e *Wright* hanno determinato le componenti di deformazione mediante leggi di potenza definite con i seguenti parametri: modulo di *Young* (E), funzioni di tensione viscosa A , B, h, ω , α e β , tempo di applicazione della forza t e livello tensionale σ [41].

$$\varepsilon_e = \frac{1}{E} \sigma \quad (2.38)$$

$$\varepsilon_{ve} = A(\sigma) \cdot t^\alpha = A \cdot \sigma^h \cdot t^\alpha \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{vp} = B(\sigma) \cdot f(N) \cdot t^\beta = \beta \cdot \sigma^\omega \cdot f(N) \cdot t^\beta \quad (2.40)$$

La deformazione plastica (ε_p) è stata considerata parte di quella viscoplastica (ε_{vp}), dipendente anche dal numero di applicazioni del carico N in base alla funzione f .

Nel caso di una miscela sottoposta a *creep* triassiale le componenti di deformazione sono state invece determinate per integrazione delle relative velocità definite con le equazioni (2.41), (2.42) e (2.43).

$$\{\dot{\varepsilon}_e\} = [C] \cdot \{\sigma\} \quad (2.41)$$

$$\{\dot{\varepsilon}_{ve}\} = A \cdot t^\alpha \cdot E \cdot [C] \cdot \left\{ \sigma_X^h \sigma_Y^h \sigma_Z^h \tau_{XY}^h \tau_{YZ}^h \tau_{ZX}^h \right\}^T \quad (2.42)$$

$$\{\dot{\varepsilon}_{vp}\} = \gamma \cdot \langle \phi(F) \rangle \cdot \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (2.43)$$

Nella equazione (2.43) con γ è stato indicato il parametro di fluidità associato al tempo di applicazione della forza, mentre $\langle \phi(F) \rangle$ è la funzione di scorrimento viscoso, rappresentativa del valore assoluto della velocità per la risposta viscoplastica del materiale.

La funzione F , dipendente dal livello tensionale e dal parametro κ correlato all'*hardening* del materiale, deve inoltre verificare la condizione (2.44).

$$F(\{\sigma\}, \kappa) = f(\{\sigma\}, \kappa) - y(\kappa) = 0 \quad (2.44)$$

Lu e Wright hanno quindi introdotto la legge costitutiva visco-elasto-plastica nel modello ad elementi finiti di una sovrastruttura flessibile caricata in superficie con forza ciclica; mediante la simulazione è stato valutato lo stato deformativo del conglomerato bituminoso, che ha correttamente riprodotto la risposta osservata in sito da *Thompson e Nauman*.

3. MODELLI MICROMECCANICI

L'approccio tradizionale alla modellazione dei conglomerati bituminosi consiste nello studio macroscopico della risposta meccanica con modelli costitutivi basati sul continuo.

È necessario conoscere inizialmente i risultati di prove statiche e dinamiche condotte in laboratorio per diversi valori della temperatura, del tempo di carico e dell'intensità della forza applicata al provino.

Il comportamento del materiale, definito mediante i *test*, viene poi interpolato con la risposta macroscopica ottenuta dal modello costitutivo preso in considerazione.

Tali modelli non permettono però di correlare il comportamento del conglomerato, osservato durante la prova, con le proprietà micromeccaniche della miscela. A tal fine vengono utilizzati i modelli micromeccanici che permettono di determinare le proprietà fondamentali di un materiale composito in base alle proprietà dei singoli componenti e consentono quindi un esame completo del comportamento micro-strutturale della miscela.

Nel presente paragrafo viene quindi fatta una rassegna dei principali modelli micromeccanici utilizzati per modellare il conglomerato bituminoso.

3.1. Modello di *creep* del film sottile di bitume

Hill ha studiato il fenomeno di *creep* del conglomerato bituminoso ipotizzando che le componenti di deformazione dipendessero unicamente dallo scorrimento relativo tra particelle adiacenti separate mediante *film* sottili di bitume (figura 2.17).

Nel modello costitutivo di *Hill* la struttura interna della miscela è formata solamente da *film* di legante, definiti con variabili di stato che evolvono nel tempo al fine di riprodurre lo stato deformativo macroscopico.

Il legante forma quindi, internamente alla miscela, un reticolo di piani tra le particelle adiacenti che si deformano, diminuendo il loro spessore, in base all'intensità della forza applicata, alle proprietà del bitume ed all'assortimento granulometrico dell'aggregato.

Tale modello può essere applicato con buona precisione allo studio delle deformazioni longitudinale, trasversale e volumetrica dei provini durante i *test* di compressione monoassiale.

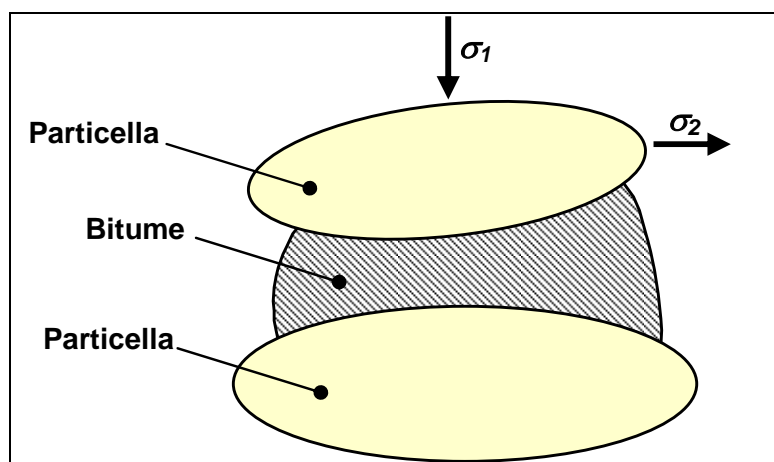


Figura 2.17: Schema di una coppia di particelle adiacenti separate da bitume

3.2. Modello microstrutturale

Il comportamento di un conglomerato bituminoso soggetto a forze esterne è governato dalla risposta microstrutturale, rappresentata dalle modalità di trasferimento delle forze locali tra le particelle in contatto reciproco.

La miscela, come è stato specificato nel capitolo 1, è un materiale multifase contenete aggregato, legante e vuoti interparticellari (figura 2.18.a).

La forza risultante che si scambiano le particelle in contatto reciproco, può quindi essere scomposta nelle componenti normale F_n , tangenziale F_t e nel momento M (figura 2.18.b).

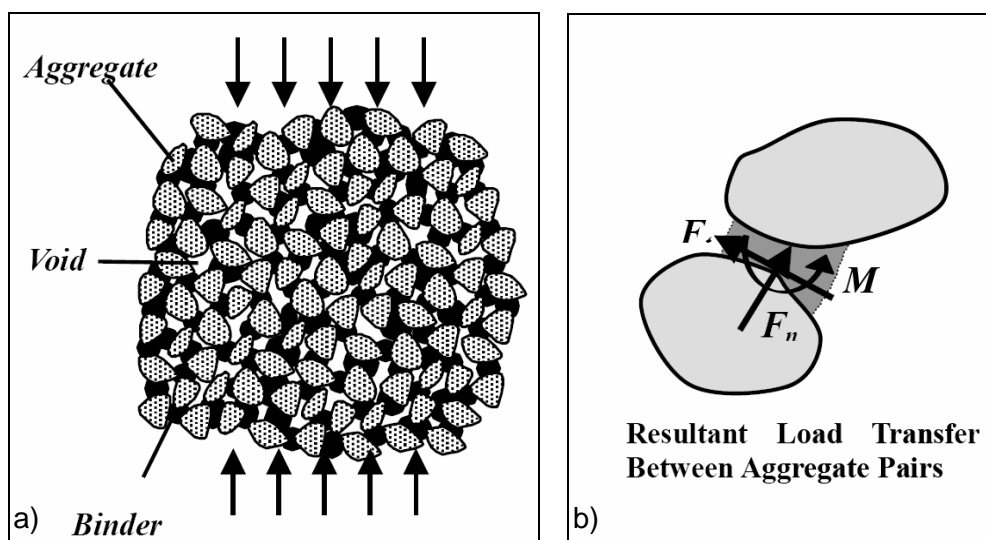


Figura 2.18: a) Schema delle fasi costituenti la miscela – b) grandezze dinamiche agenti nel punto di contatto della coppia di particelle

Tali grandezze dinamiche dipendono per l'aggregato dalla forma, dalle dimensioni e dalle caratteristiche meccaniche dei grani, per il bitume dallo spessore e dalle proprietà del *film* sottile.

Sadd e *Dai* al fine di schematizzare il sistema aggregato-bitume, hanno quindi sviluppato due modelli microstrutturali, approssimando i grani di forma irregolare con particelle ellittiche bidimensionali di dimensione non uniforme (figura 2.19.a e 2.19.b) [60].

Nel primo modello il materiale è stato discretizzato con una rete di elementi *frame-type* triangolari disomogenei, contenenti parti di particelle e porzioni di legante, ciascuna delle quali con proprie leggi costitutive (figura 2.19.c).

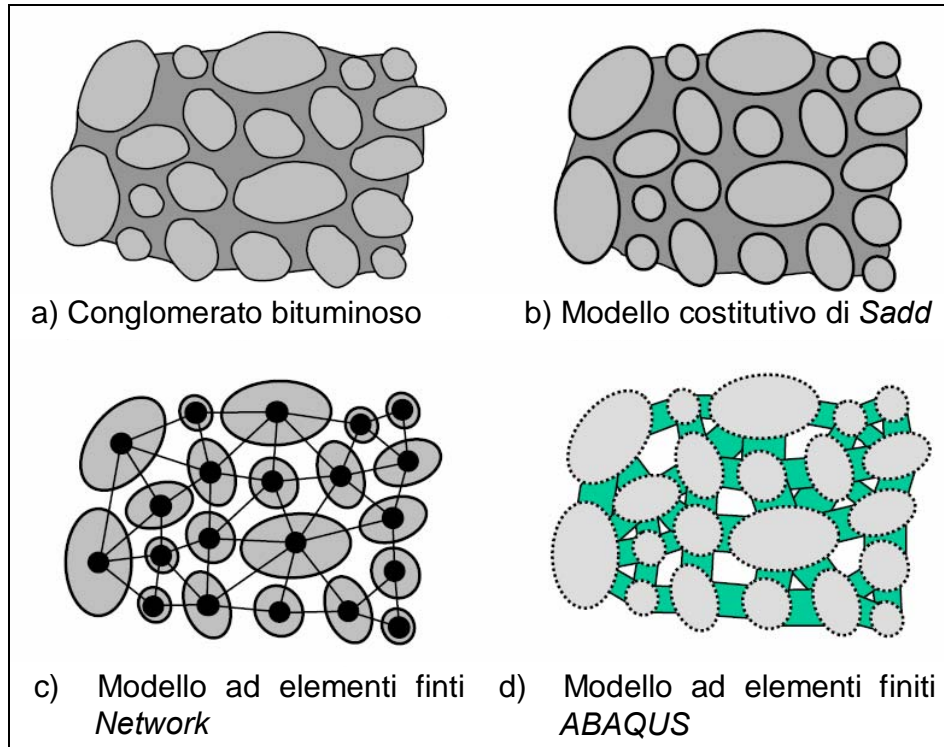


Figura 2.19: Microstruttura del conglomerato bituminoso e dei relativi modelli

La coppia di particelle legate è stata quindi modellata, con la tecnica *equivalent lattice network*, mediante elementi bi-nodali a tre gradi di libertà.

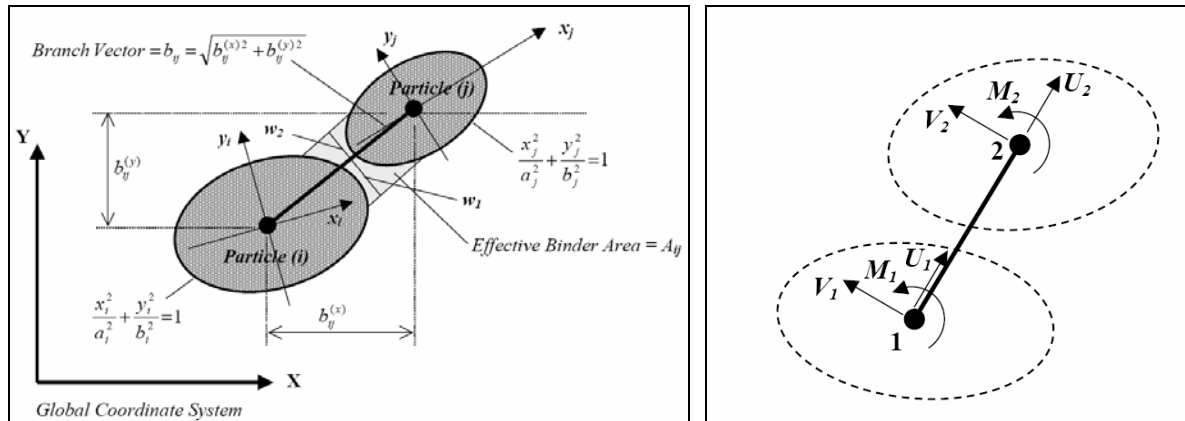


Figura 2.20: a) Schematizzazione geometrica dell'aggregato – b) Modello ad elementi finiti

Nei nodi è stata definita una matrice di rigidezza 6x6 per la trasformazione delle grandezze cinematiche, relative alla singola particella, nelle corrispondenti grandezze dinamiche; la distribuzione delle tensioni nel *film* di bitume è stata invece calcolata in base allo spostamento ed alla rotazione della coppia di particelle come soluzione elastica approssimata della matrice di rigidezza di *Dvorkin* (2.45).

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & K_{nn}e & -K_{nn} & 0 & -K_{nn}e \\ 0 & K_{tt} & K_{tt}r_1 & 0 & -K_{tt} & K_{tt}r_2 \\ K_{nn}e & K_{tt}r_1 & K_{tt}r_1^2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) & -K_{nn}e & -K_{tt}r_1 & K_{tt}r_1r_2 - \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) \\ -K_{nn} & 0 & -K_{nn}e & K_{nn} & 0 & K_{nn}e \\ 0 & -K_{tt} & -K_{tt}r_1 & 0 & K_{tt} & -K_{tt}r_2 \\ -K_{nn}e & K_{tt}r_2 & K_{tt}r_1r_2 - \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) & K_{nn}e & -K_{tt}r_2 & K_{tt}r_2^2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Dove:

$$w = w_1 + w_2$$

$$e = (w_2 - w_1)/2$$

$$k_{nn} = (\lambda + 2\mu)w/h_0$$

$$k_{tt} = \mu w/h_0$$

Con r_1 e r_2 si indicano inoltre i raggi delle particelle costituenti la generica coppia di elementi.

In tale modello ad elementi finiti, con particelle infinitamente rigide e spessore del *film* di bitume uniforme, lo stato tensionale nello strato legante è stato calcolato per i seguenti movimenti interparticellari: normale, tangenziale e rotatorio (figura 2.21).

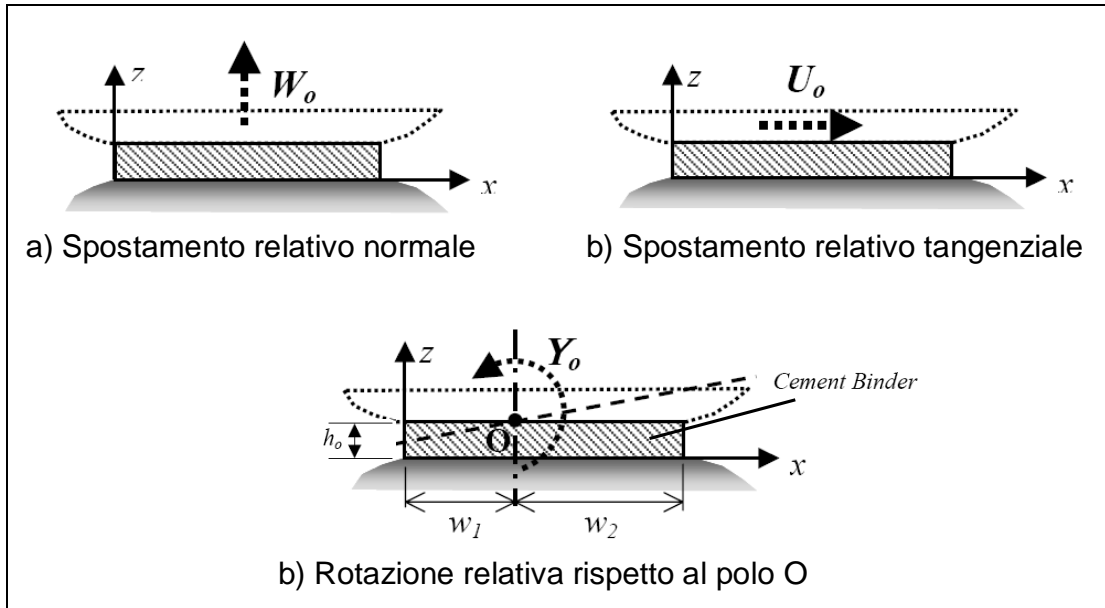


Figura 2.21: Movimenti interparticellari di tipo normale, tangenziale e rotatorio

L'integrazione delle tensioni lungo la larghezza w del film ha infine consentito il calcolo delle sollecitazioni risultanti nell'elemento di contatto interparticellare.

$$F_n = \int_0^w \sigma_z dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0}{h_0} \int_0^w (x - w_1) dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0 w e}{h_0} \quad (2.46)$$

$$F_t = \int_0^w \tau_{xz} dx = \mu w \left(\frac{h_0 c}{k^2} + \theta_0 \right) \quad (2.47)$$

$$M_o = \int_0^w \sigma_z (x - w_1) dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0}{h_0} \int_0^w (x - w_1)^2 dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0 w}{3h_0} (w_2^2 - w_1 w_2 + w_1^2) \quad (2.48)$$

Il secondo modello è stato invece rappresentato mediante elementi omogenei di forma ellittica per l'aggregato e rettangolare per il legante (figura 2.19.d).

Mediante il codice di calcolo *ABAQUS FEA*, il bitume è stato schematizzato con elementi a forma di quadrilatero, deformabili in base ad una legge costitutiva elasto-plastica, e l'aggregato per mezzo di elementi rigidi ed indeformabili a due nodi (figura 2.22).

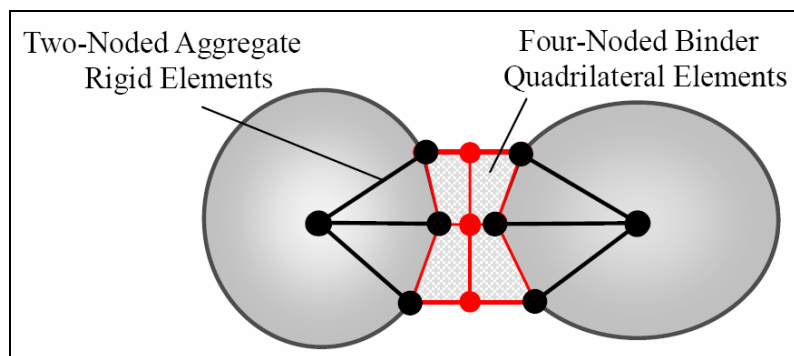


Figura 2.22: Schema della modellazione con codice di calcolo *ABAQUS*

Con tali modelli bidimensionali è stata simulata la prova a trazione indiretta (*IDT*) eseguita con un provino circolare di diametro 125 mm, formato da una miscela ideale di grani a forma ellittica cementati mediante resina a base di poliuretano (figura 2.23).

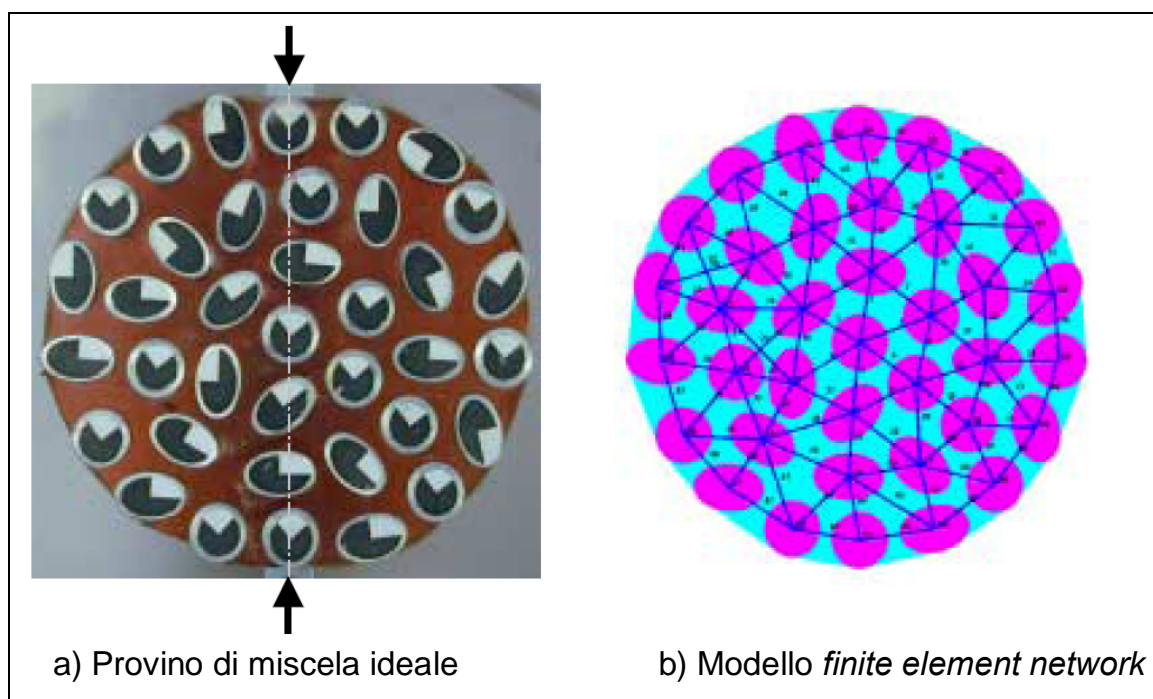


Figura 2.23: provino e modello *FEN* della prova *IDT*

La comparazione tra i risultati di laboratorio ed i corrispondenti ottenuti dalle simulazioni ha infine fornito errori relativi, sugli spostamenti delle particelle, non superiori al 5%, confermando così il buon grado di approssimazione dei modelli *FEM 2-D* alla prova *IDT*.

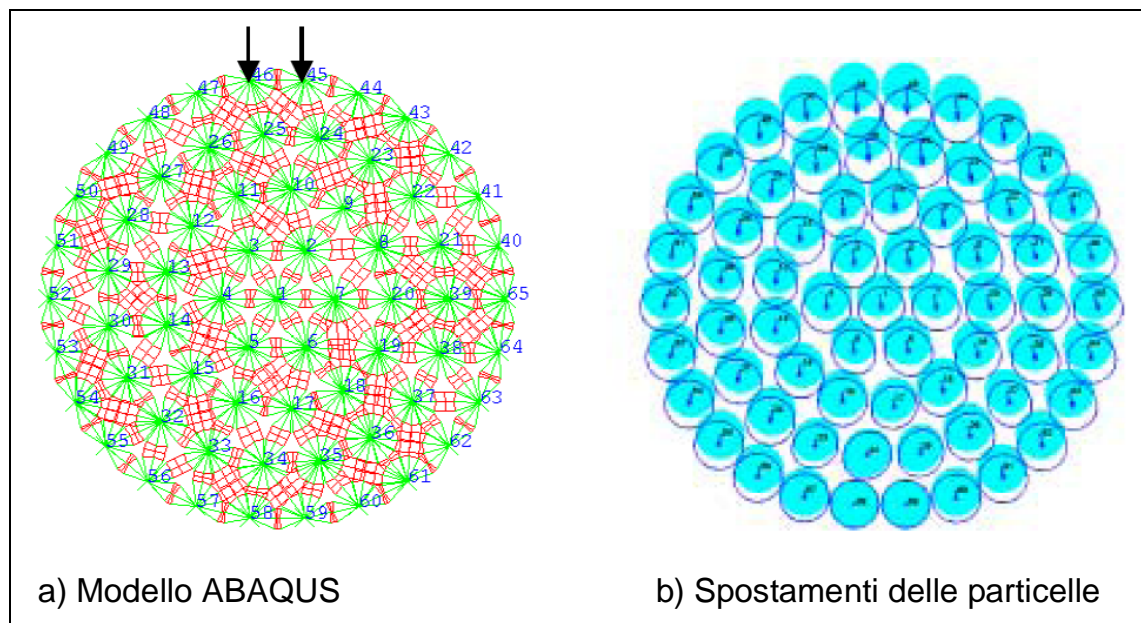


Figura 2.24: Spostamenti delle particelle indotti nel modello *ABAQUS* dalle forze esterne

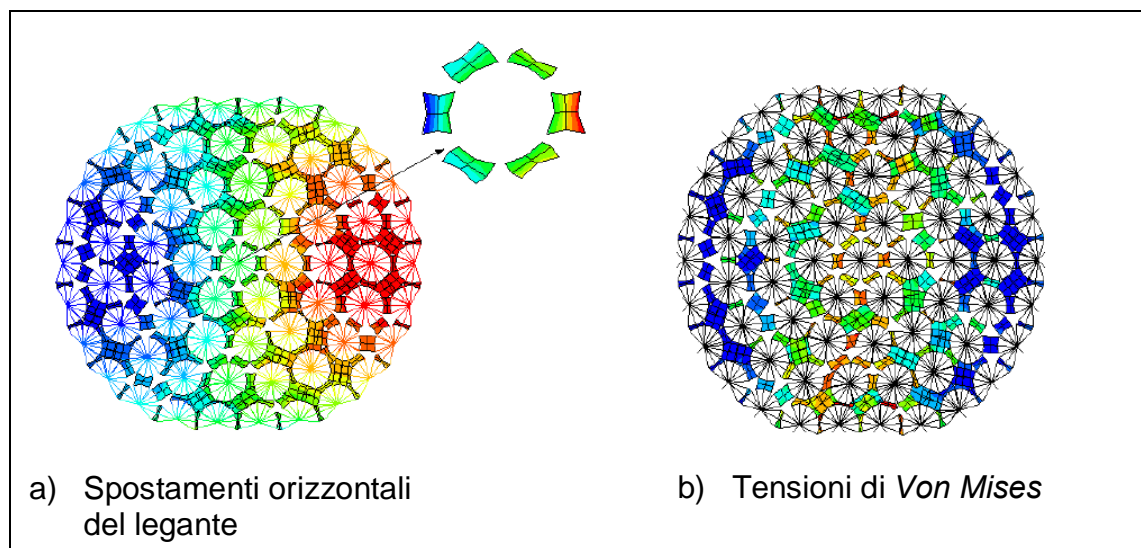


Figura 2.25: Stato tenso-deformativo del legante sviluppato nel modello *ABAQUS* dalle forze esterne

3.3. Modello ad elementi distinti particellari

Il metodo degli elementi distinti particellari è in grado di modellare correttamente il comportamento meccanico della struttura microscopica di una miscela bituminosa.

Il materiale granulare viene schematizzato mediante un insieme di particelle, con forma sferica o cilindrica, che si scambiano forze e momenti nei punti di contatto.

Con tale metodo è inoltre possibile simulare l'adesione del legante saldando reciprocamente gli elementi nei punti di reciproco contatto; la risposta macroscopica del sistema viene quindi governata da parametri microscopici definiti con modelli di contatto, legame e slittamento.

Kim ha simulato, ad esempio, il *disk-shaped compact tension test* con un modello bidimensionale ad elementi distinti particellari, al fine di investigare l'influenza dei parametri macrosocopici sulla meccanica della frattura alle basse temperature [37].

Il provino cilindrico intagliato lungo il piano diametrale orizzontale, è stato schematizzato mediante un modello formato da 38700 particelle con disposizione esagonale e diametro uniforme, interagenti reciprocamente attraverso 115000 punti di contatto.

Le particelle sono state poi cementate reciprocamente con la tecnica *cluster*, al fine di definire nel modello gli elementi aggregato di forma non arrotondata e mastice.

Per le particelle costituenti il singolo grano di aggregato è stato definito nei corrispondenti punti di contatto un legame di tipo lineare, mentre per il mastice e l'interfaccia aggregato-mastice è stato invece adottato un modello di legame di tipo *softening*; tale modello si basa sulla teoria della zona coesiva, che descrive il meccanismo di rottura del materiale mediante il calcolo dell'energia potenziale di coesione ϕ in base alla resistenza di coesione σ_{max} ed alla lunghezza critica δ_{sep} (*Dugdale*, 1960; *Barenblatt* 1962) (figura 2.26).

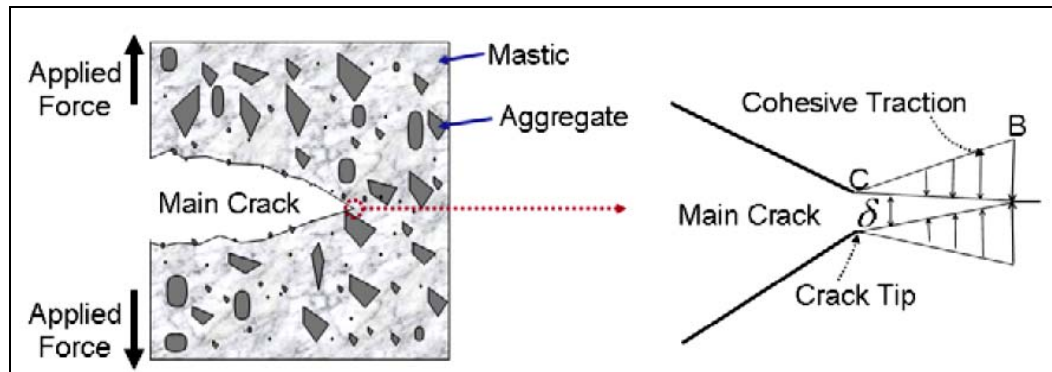


Figura 2.26: Meccanismo di rottura e relativo concetto di frattura coesiva

L'energia di coesione (ϕ) è equivalente al lavoro di fessurazione locale del materiale (I) compiuto dalla tensione di trazione $\sigma(\delta)$ nel conferire a coppie di particelle in reciproco contatto uno spostamento relativo δ (figura 2.27).

$$\phi = \int_0^{\delta_{sep}} \sigma(\delta) d\delta \quad (2.49)$$

Nella relazione (1.7) la tensione σ è stata correlata alla corrispondente deformazione δ mediante una legge di tipo bilineare, valida per basse velocità di deformazione del materiale (Geubelle, 1998).

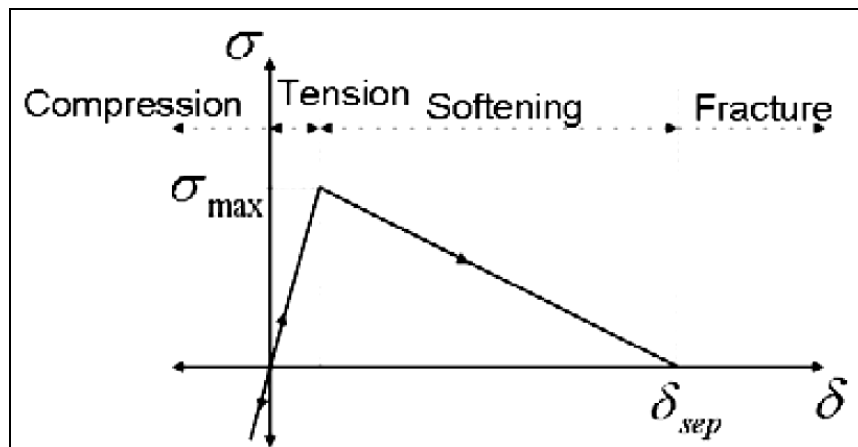


Figura 2.27: Modello bilineare di frattura coesiva

La forma e la posizione degli elementi costituenti la matrice litoide sono state riprodotte nel modello mediante l'elaborazione digitale dell'immagine ottenuta per scansione della base superiore del provino (figura 2.28.a e 2.28.b).

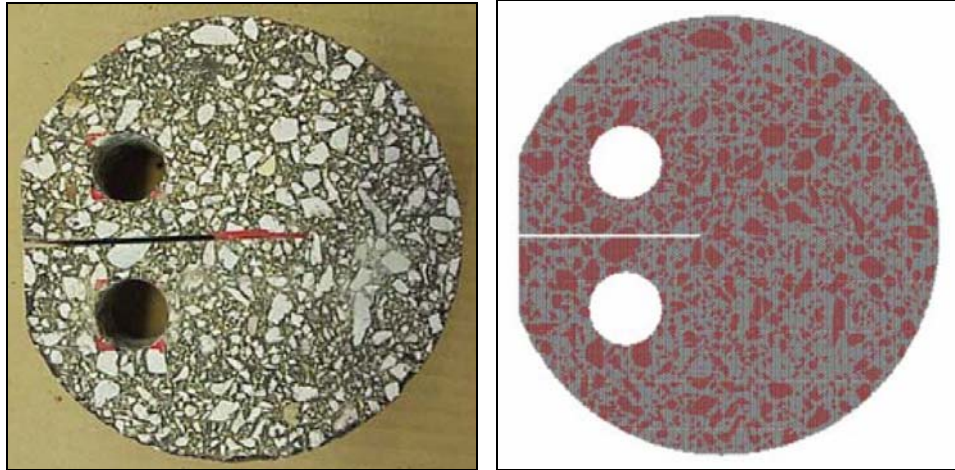


Figura 2.28: a) Immagine del provino per il *disk-shaped compact tension test*
– b) modello *DEM* formato da *cluster*

I parametri microscopici dei modelli costitutivi, per le diverse fasi della miscela, sono stati quindi calibrati in base a parametri macroscopici ottenuti in laboratorio con prove di compressione monoassiale, di trazione indiretta e di *disk-shaped compact tension*.

Tali prove hanno infatti permesso di calcolare le seguenti grandezze del conglomerato bituminoso: modulo di *Young* (E), resistenza a trazione (f_t) ed energia di frattura (G_f) (figura 2.29).

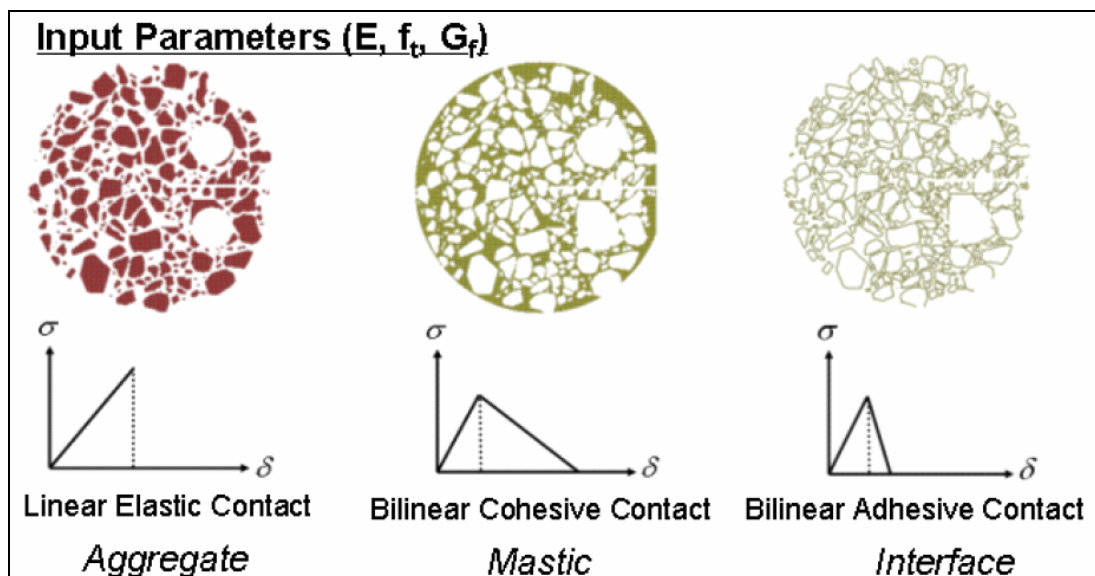


Figura 2.29: Parametri macroscopici per la calibrazione del modello *DEM*

La comparazione tra i risultati delle simulazioni *DEM* e quelli di laboratorio ottenuti impiegando miscele *Hot Mastix Asphalt* alle temperature 0 °C e -10 °C, hanno confermato il buon grado di approssimazione dei modelli al caso reale (figura 2.30).

Le simulazioni hanno quindi sviluppato un innesco della fessurazione lungo il piano diametrico orizzontale del provino, per stati deformativi superiori a quello relativo al picco di forza, individuando conseguentemente zone di frattura, di *softening*, di trazione e compressione (figura 2.31).

Nella zona di *softening*, con estensione decrescente in base alla lunghezza della frattura stessa, il materiale ha subito una diminuzione delle tensioni di trazione a causa della fessurazione.

È stato così evidenziato come, al diminuire della temperatura, la miscela sviluppi una maggiore energia di frattura, un minore picco di forza ed una differente traiettoria del meccanismo di fessurazione.

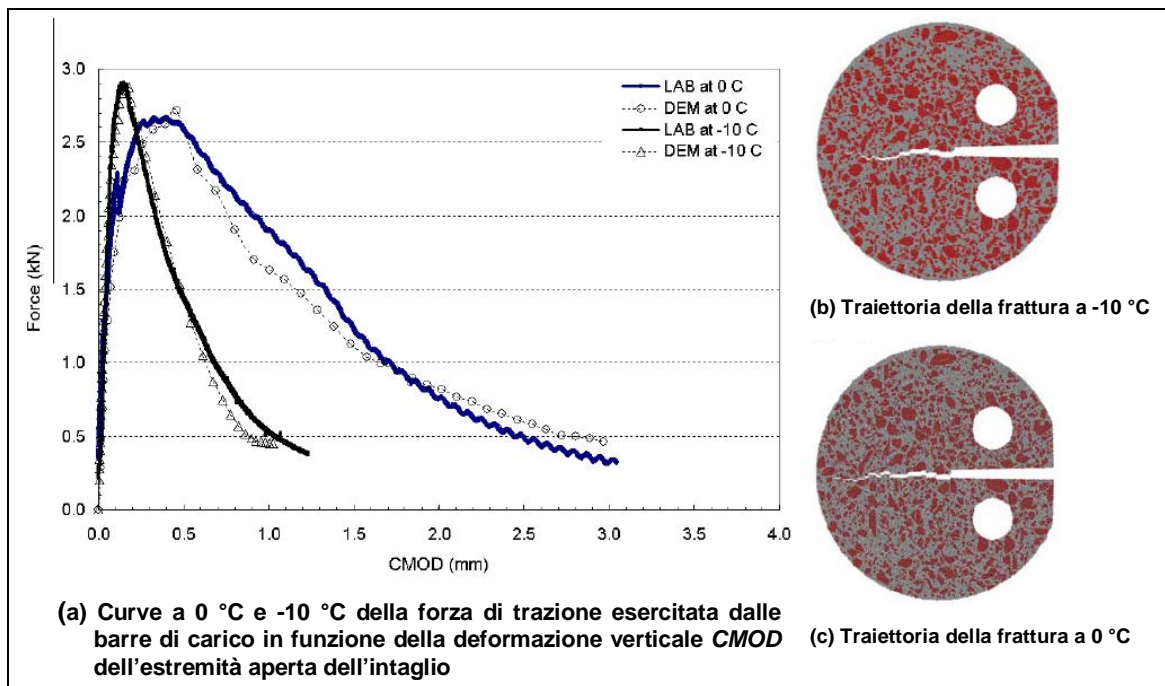


Figura 2.30: Comparazione provino-modello *DEM*

Kim ha infine investigato l'influenza dei singoli parametri sulla risposta macroscopica del modello, osservando una forte correlazione tra la meccanica della frattura e le resistenze dell'aggregato e dell'interfaccia aggregato-mastice.

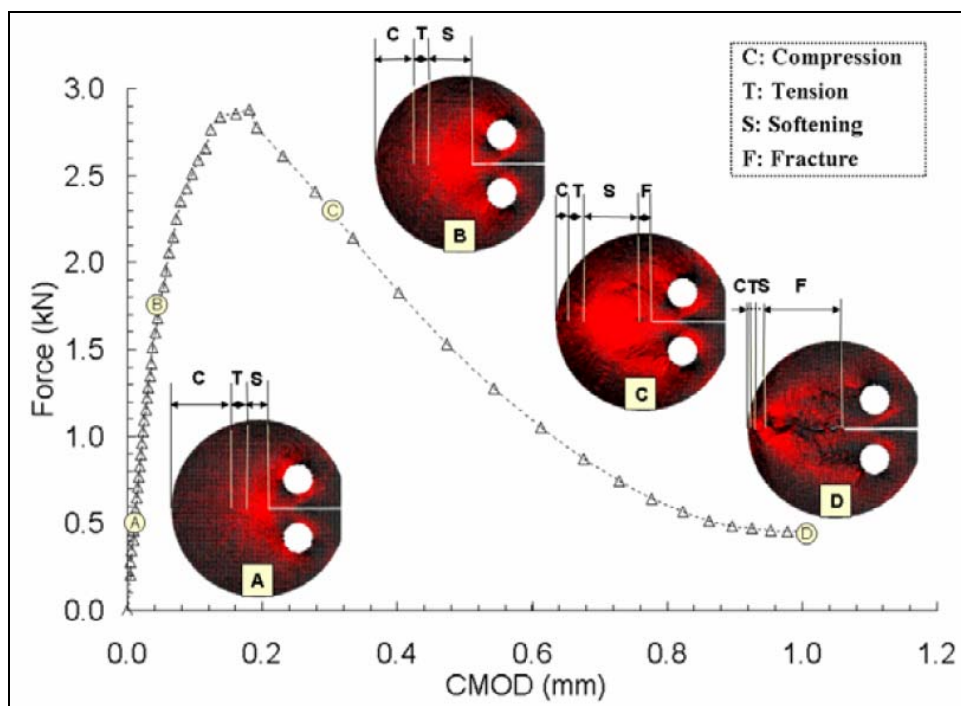


Figura 2.31: Sviluppo della meccanica della frattura nel modello *DEM*

La modellazione ad elementi distinti particellari ha infatti permesso di dimostrare come la zona di *softening*, la forza di trazione massima ed il meccanismo della frattura, siano condizionati dalla resistenza dell'aggregato, diversamente dall'energia di fessurazione funzione del solo legame definito all'interfaccia.

Buttlar e *You* hanno invece realizzato la simulazione, mediante un modello *DEM* bidimensionale, dell'*IDT test* eseguito con un provino di forma esagonale formato da 130 cilindri di pietra cementati con mastice di asfalto (figura 2.32).

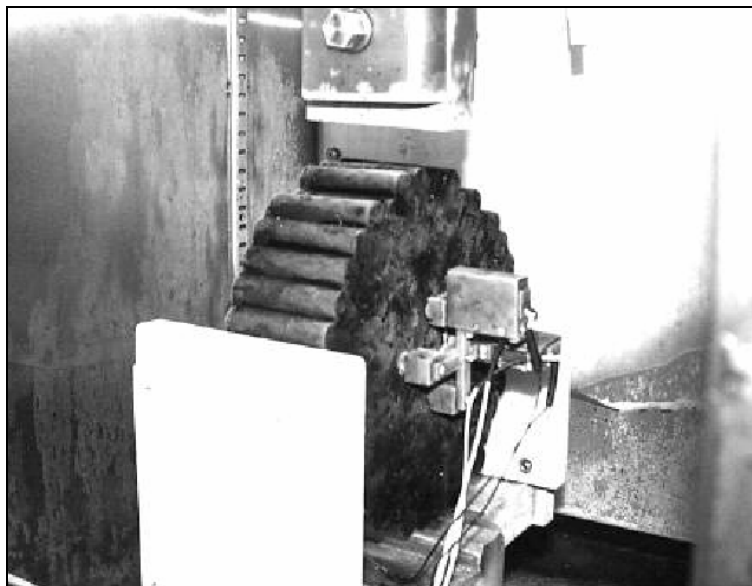


Figura 2.32: Prova *IDT* eseguita con particelle cementate di forma cilindrica

Il confronto tra i risultati di laboratorio e quelli della simulazione ha confermato le potenzialità del *DEM* nella riproduzione numerica della prova di trazione indiretta [8].

Lo studio di *Buttlar* e *You* ha riguardato successivamente la modellazione *DEM* della prova a trazione indiretta effettuata con un provino cilindrico composto da particelle di roccia non arrotondate e mastice di asfalto.

Il modello è stato realizzato con elementi *cluster*, al fine di avere particelle di forma non arrotondata che approssimassero al meglio quelle reali ed ottenere quindi una simulazione verosimile alla prova di laboratorio.

Per la miscela ideale è stata eseguita la comparazione tra le deformazioni orizzontali del provino durante il *test* e quelle ottenute con la simulazione.

Il modello *DEM* ha fornito una deformazione orizzontale diametrale superiore del 40% a quella di laboratorio, poiché la schematizzazione dell'aggregato mediante elementi *cluster* non simula completamente il reale ingranamento delle particelle.

Rothenburg ha modellato la struttura interna del conglomerato bituminoso mediante un insieme di particelle con dimensioni variabili, legate reciprocamente con il bitume [59].

Per le particelle è stato definito un legame costitutivo di tipo elastico, mentre per il legante, trattato come un fluido *Newtoniano* incompressibile, è stato ipotizzato un legame viscoelastico (figura 2.33).

Sono state eseguite delle simulazioni bidimensionali del *creep test*, che hanno evidenziato la correlazione esistente tra il fenomeno macroscopico del *creep* ed il numero di contatti nei quali le particelle sono coese per mezzo del legante.

È stato quindi dimostrato come la deformazione del materiale sotto carico costante si sviluppi in presenza di un numero di contatti inferiore ad un valore minimo, innescando progressivamente l'ormaiamento della pavimentazione.

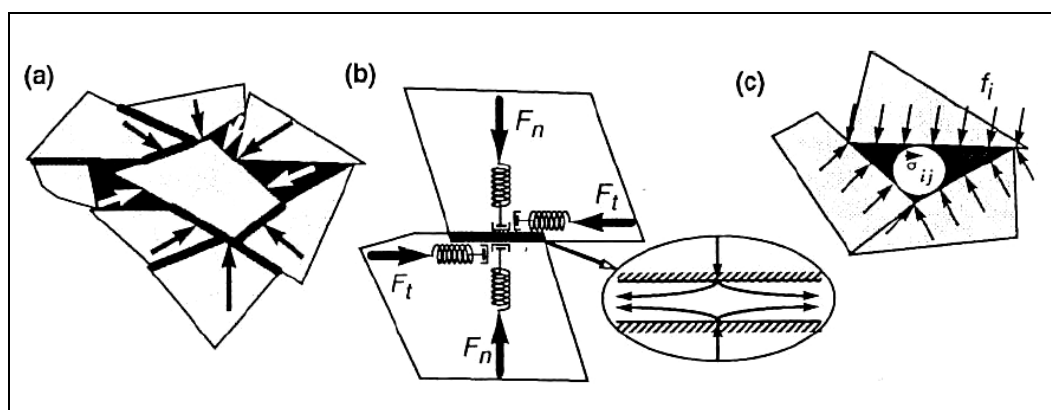


Figura 2.33: a) forze agenti sulle particelle – b) interazione tra particelle – c) interazione particella-bitume

Chang e Meegoda hanno definito, mediante la modifica del modello *TRUBAL* di *Cundall*, il modello di contatto interparticellare *ASBAL* per la rappresentazione microscopica del comportamento viscoelastico del bitume [9].

Il modello costitutivo *ASBAL* simula il comportamento viscoelastico del legante mediante l'inserimento, nei punti di contatto interparticellari, di una coppia di elementi in serie molla-ammortizzatore (modello di *Voigt*) disposta lungo le direzioni normale e tangenziale (figura 2.34).

I ricercatori hanno quindi eseguito delle simulazioni numeriche con modelli *ASBAL* formati da 152 particelle di forma sferica, sollecitati con forze monoassiali statiche o cicliche applicate a velocità costante.

Tali simulazioni sono state effettuate al solo scopo di studiare l'influenza sui risultati di importanti parametri contenuti nel sistema di equazioni non-lineari.

Chang e Meegoda, per una più verosimile rappresentazione microscopica del comportamento viscoelastico del bitume, hanno poi sostituito nei punti di contatto il modello costitutivo di *Voigt* con quello di *Burger*, ottenuto combinando due coppie di elementi molla-ammortizzatori rispettivamente in serie ed in parallelo [44].

Sono state quindi simulate, usando *ASBAL*, diverse prove di tipo statico e dinamico con *Hot Mix Asphalt (HMA)*, studiando la risposta del modello al variare dei parametri microscopici definiti.

Le simulazioni di provini *HMA* caricati con forza statica monotona hanno evidenziato un comportamento non-lineare tipico dei *test* di laboratorio, mentre quelle realizzate con modelli caricati ciclicamente hanno sviluppato, in analogia al caso reale, una deformazione permanente nel materiale.

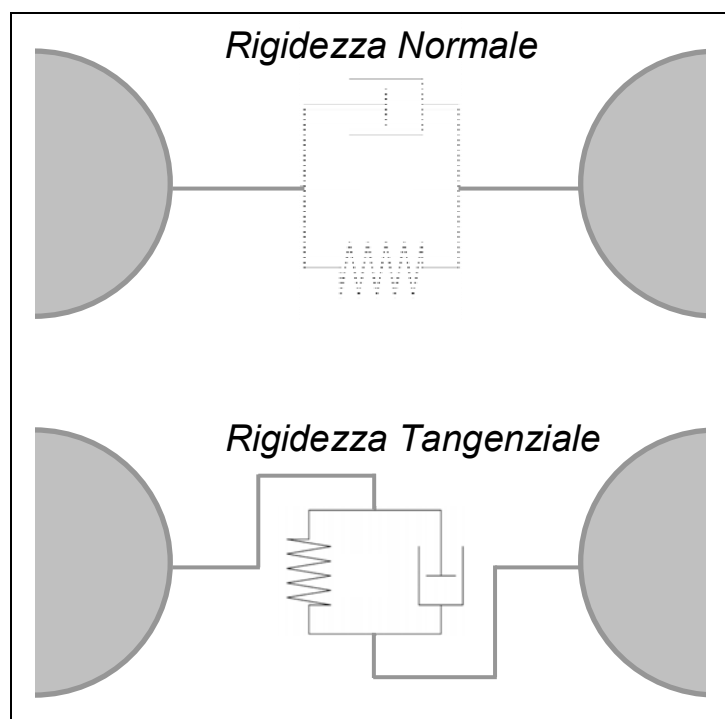


Figura 2.34: Applicazione del modello viscoelastico di *Voigt* ad una coppia di particelle in contatto reciproco

La modellazione dei conglomerati bituminosi con il metodo degli elementi distinti particellari è stata soprattutto di tipo bidimensionale, lasciando scoperto il campo delle simulazioni 3-D necessario per comprendere pienamente la deformazione volumetrica del provino ed il reale ingranamento delle particelle, permettendo così ai ricercatori di sviluppare modelli numerici in grado di riprodurre la fessurazione per fatica e l'ormaiamento delle pavimentazioni stradali.

4. IL COMPORTAMENTO MECCANICO DEL *FILM* SOTTILE DI BITUME

La struttura interna di una miscela bituminosa viene rappresentata, dal punto di vista microscopico, come un insieme di particelle cementate nei punti di contatto con strati sottili di legante.

Per simulare correttamente il comportamento del conglomerato con il metodo degli elementi distinti particellari è quindi importante comprendere come reagisce il *film* di bitume alle sollecitazioni di compressione, di trazione e di taglio.

Nadai ha sviluppato, per un punto di contatto in compressione con comportamento elastico, l'equazione (2.50) che permette di calcolare l'effettivo modulo di *Young* del *film* di bitume E_n^{ai} [49].

$$E_n^{ai} = \frac{E_m}{8} \cdot A^2 \quad (2.50)$$

L'equazione (1.13), valida per un materiale incomprimibile soggetto a deformazione asimmetrica, correla E_n^{ai} al modulo elastico della miscela E_m ed al parametro A , dato dal rapporto tra il diametro della particella e lo spessore del *film* di legante (*aspect ratio*).

Cheung ha successivamente specializzato la (2.50), trasformandola nella (2.51), per il calcolo dell'effettivo modulo elastico E_n^{ac} di un materiale comprimibile con deformazione asimmetrica.

$$\frac{E_n^{ac}}{E_n^{ai}} = 1 - \left[1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{K/E_m}{(5/8)A^2} \right]^{-1} \quad (2.51)$$

Nell'equazione (2.51), oltre ai termini definiti in precedenza, figura il modulo di deformazione volumetrica K .

Si deve tener presente che la (2.51) può essere applicata ai soli contatti in compressione con comportamento elastico, nei quali la forza dipende linearmente dallo spostamento relativo della coppia di particelle.

Al fine di schematizzare il comportamento viscoso del bitume nel generico punto di contatto, *Cheung* ha quindi proposto l'equazione (2.52), che permette di determinare il fattore di rigidità del *film* di bitume T_F (*thin film stiffening factor*) in base al parametro A ed al coefficiente di *creep* n (figura 2.35).

$$T_F = \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left(\frac{n+2}{2} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{A_R}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (2.52)$$

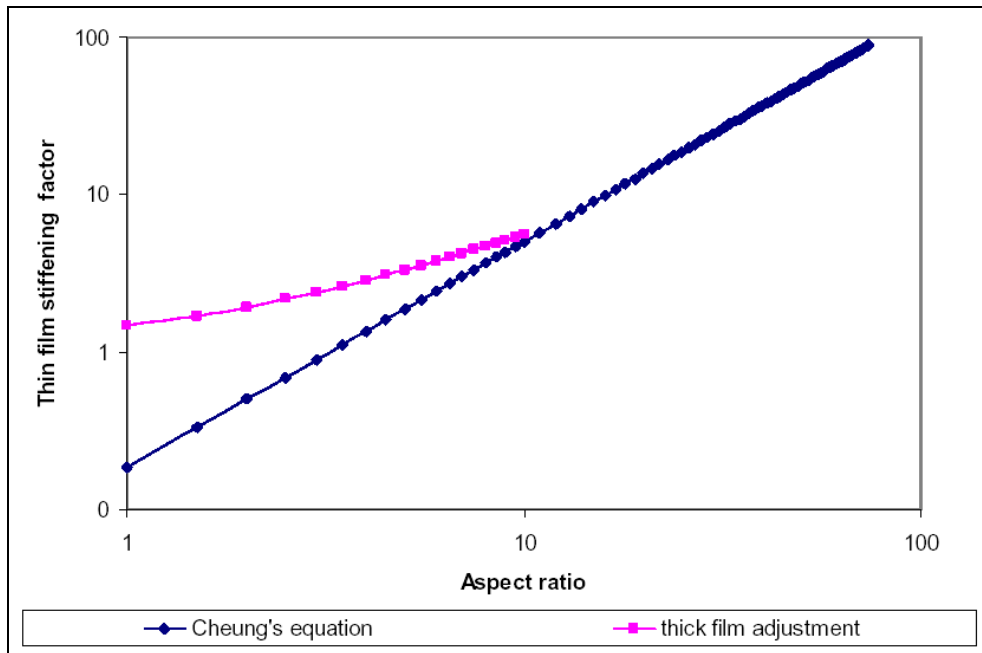


Figura 2.35: Curva del fattore di irrigidimento del *film* di bitume in funzione del rapporto tra lo spessore del *film* ed il diametro della particella

Harvey ha inoltre modificato l'equazione (2.53), introducendo un *aspect ratio* di riferimento A_0 con valore pari a 3.1, al fine di calcolare l'effettivo valore del fattore di rigidità T_F per elevati spessori del *film* di legante.

$$T_{TF} = \left(\frac{A}{A_0} \right)^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} + 1 \quad (2.53)$$

Il fattore di rigidità del *film* bitume è quindi una funzione del rapporto tra il diametro della particella e lo spessore dello strato di legante, con andamento non lineare per valori del parametro A inferiori a 10 e lineare per valori superiori.

Cheung e *Cebon* hanno eseguito dei *test* monoassiali di trazione, compressione e taglio con un campione di bitume puro, per ampi intervalli di temperatura, intensità della forza e velocità di applicazione del carico.

L'analisi dei risultati ha permesso di elaborare una legge costitutiva per il legante, soggetto alla sollecitazione di trazione monoassiale in condizioni isoterme.

$$\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (2.54)$$

Mediante l'equazione (2.54) è possibile determinare la tensione di trazione σ agente nel generico punto di contatto in base ai seguenti parametri: le velocità di applicazione del carico negli istanti t e t_0 , la tensione di trazione σ_0 nell'istante t_0 ed il coefficiente di *creep* n .

Per uno stato tensionale tridimensionale la (2.54) diventa l'equazione (2.55).

$$\left(\frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}_0} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^n \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_e} \quad (2.55)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2.56)$$

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.57)$$

Dove σ'_{ij} è la tensione deviatorica, δ_{ij} è l'operatore di *Kronecker* e σ_e è la tensione effettiva calcolata con *Von Mises*.

L'equazione (2.55) approssima con buona precisione il comportamento deformativo a carico costante tipico dei metalli, dei polimeri e delle ceramiche (Bower) [4].

Cheung e Cebon hanno anche sottoposto dei provini di bitume allo sforzo di taglio puro, ottenendo una legge costitutiva, per il materiale a temperatura costante, simile alla (2.55).

$$\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\epsilon}_0} \right) = \left(\sqrt{3} \right)^{n+1} \left(\frac{\tau}{\sigma_0} \right)^n \quad (2.58)$$

Dalla comparazione tra (2.55) e la (2.58) si evince che il comportamento del bitume, sottoposto ad uno sforzo di trazione, è correlato a quello per il legante sollecitato a taglio puro mediante il fattore c (2.59).

$$c = \left(\sqrt{3} \right)^{n+1} \quad (2.59)$$

Quando il bitume si trova in campo lineare ($n=1$), a parità di intensità della forza applicata, la deformazione a taglio risulta essere tre volte superiore a quella di trazione.

Lethersich ha condotto diverse analisi numeriche al fine di investigare la viscosità del bitume, verificando la dipendenza dallo sforzo di taglio, pari ad un terzo di quello di trazione per una medesima deformazione [40].

È stato possibile quindi asserire che per un bitume in campo lineare, la rigidità a taglio è tripla di quella a trazione.

5. CONCLUSIONI

I modelli costitutivi presi in rassegna nel presente capitolo permettono di modellare una o più componenti della deformazione per un conglomerato bituminoso soggetto ad un carico di tipo statico o dinamico.

La risposta deformativa della miscela dipenderà dalla temperatura, dall'intensità della forza, dalla velocità e dal tempo di applicazione del carico; per una determinata condizione di carico il comportamento del provino varia inoltre in base all'assortimento granulometrico dell'aggregato ed alle proprietà del bitume.

Per valori contenuti della deformazione il conglomerato bituminoso può essere studiato con le leggi costitutive viscoelastiche lineari.

Quando non possono trascurarsi gli effetti non lineari è invece necessario utilizzare equazioni costitutive visco-elasto-plastiche in grado di descrivere correttamente la risposta tenso-deformativa del materiale.

I ricercatori hanno anche sviluppato specifici modelli ad elementi finiti per l'analisi prestazionale delle sovrastrutture stradali, con fattori caratterizzati però da lunghi tempi di calibrazione.

Tali modelli simulano quindi solamente alcuni aspetti del comportamento di una miscela, senza essere in grado di rappresentare numericamente la risposta del conglomerato al variare dei diversi fattori discriminanti.

I modelli fondati sull'interpretazione meccanica della struttura microscopica del conglomerato bituminoso presentano grandi potenzialità, ma sono attualmente poco sviluppati.

È quindi necessario studiare, mediante modelli *DEM 3-D*, i meccanismi fisici di deformazione del sistema particellare cementato con *film* di bitume, per comprenderne le modalità di interazione tra i diversi elementi nelle diverse condizioni operative.

Le simulazioni devono inoltre riprodurre correttamente il fenomeno dell'ingranamento tra le particelle in funzione delle dimensioni e della forma dei grani; è infine importante approfondire l'analisi del comportamento deformativo del *film* di legante al variare della temperatura per sollecitazioni di compressione, trazione e taglio.

CAPITOLO 3

MODELLAZIONE DEL MATERIALE GRANULARE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI

1. INTRODUZIONE

Il metodo degli elementi distinti particellari, introdotto da *Cundall* per lo studio dei problemi inerenti alla meccanica delle rocce, è una procedura numerica per la descrizione dello stato tenso-deformativo di un insieme di particelle, con forma circolare in 2-*D* e sferica in 3-*D*, sottoposte a forze esterne [15].

Il corpo reale viene quindi schematizzato mediante un insieme di particelle indeformabili che si scambiano forze e momenti nei punti di contatto.

Le forze esterne vengono invece sviluppate con elementi *boundary* o particelle in movimento, che generano un'onda di forza all'interno del modello.

L'implementazione del sistema risolutivo di equazioni non lineari, formato dalla seconda legge di *Newton* per le particelle e dalla legge forza-spostamento per i contatti, permette di determinare nel tempo lo spostamento e la rotazione degli elementi, l'eventuale distacco delle particelle e la formazione di nuovi punti di contatto.

Il comportamento dinamico del modello *DEM* è quindi descritto dall'algoritmo di *time-stepping*, che divide il tempo di simulazione in sottointervalli con grandezze cinematiche costanti; il sistema presenta nel singolo *time-step* un comportamento statico e l'onda di forza viene unicamente trasferita tra coppie di elementi a contatto.

Il metodo, calcolando in ogni istante temporale il movimento delle singole particelle, fornisce infine la distribuzione delle forze di contatto, che sono rappresentative dello stato tensionale del modello.

2. SVILUPPI E APPLICAZIONI DEL DEM

All'inizio degli anni 70 *Cundall* ha sviluppato il metodo degli elementi distinti particellari per studiare il fenomeno della rottura progressiva degli ammassi rocciosi. Il *DEM* schematizza l'ammasso roccioso come un insieme di elementi discreti interagenti reciprocamente mediante i parametri microscopici di attrito e rigidità. I blocchi possono distaccarsi dall'ammasso roccioso, traslare, ruotare ed interagire successivamente con altri blocchi scambiandosi forze e momenti.

È con tale simulazione che *Cundall* pone le basi teoriche del *DEM*, mediante la definizione delle leggi forza-spostamento e del moto, che governano il sistema, e stabilendo inoltre l'analisi per *cycle*.

Alla fine degli anni 70 *Cundall* e *Strack* hanno sviluppato il codice di calcolo ad elementi distinti particellari *BALL* per la rappresentazione numerica 2-D del materiale granulare, includendo nei modelli anche gli effetti dello smorzamento e della velocità di applicazione del carico.

La validazione del *software* è stata eseguita comparando le immagini della distribuzione delle forze di contatto nei modelli con le fotografie ottenute dall'analisi fotoelastica di provini reali (*De Josselin de Jong* e *Verruijt*) [18].

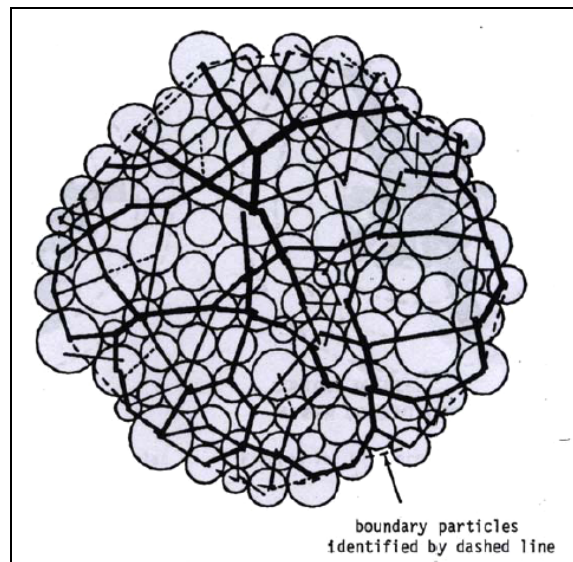


Figura 3.1: Distribuzione delle forze di contatto per un modello formato da 100 particelle

Cundall e *Strack* hanno poi realizzato col programma *BALL* la simulazione di provini, con 100 e 1000 particelle, sottoposti a cicli di carico e scarico, indagando i meccanismi microscopici che correlano la massa dell'elemento alla forza di contatto (figura 3.1).

Negli anni 80 *Cundall*, *Drescher* e *Strack* hanno introdotto nel codice di calcolo *BALL* nuove metodologie per misurare nel modello il valore medio delle tensioni e delle deformazioni ed hanno inoltre definito nuovi elementi *boundary* e nuove condizioni al contorno.

Cundall ha successivamente sviluppato il codice di calcolo *TRUBAL* per la modellazione di insiemi 3-D formati da elementi di forma sferica, che vengono generati in modo *random* all'interno di un volume di confinamento fino ad ottenere la densità desiderata.

Un algoritmo di servo-controllo permette inoltre di far convergere il modello, per un dato livello tensionale isotropo, verso la nuova condizione di equilibrio.

I risultati delle simulazioni hanno confermato quelli sperimentali ottenuti in laboratorio da *Ishibashi* e *Chen* con test biassiali, mentre hanno mostrato una scarsa precisione nel rappresentare la deformazione volumetrica di provini sottoposti al *test* triassiale [30].

Thornton ha creato una versione modificata di *TRUBAL*, denominata *GRANULATE*, che permette di modellare il meccanismo della frattura in un insieme di particelle legate. Nel codice di calcolo *GRANULATE* gli elementi possiedono quindi un'energia superficiale con funzione auto-adesiva, che consente l'attrazione reciproca delle particelle [66].

La prima versione del *Particle Flow Code (PFC)*, datata 1995, viene utilizzata da *Hazzard* per lo studio dell'innescio e della propagazione della frattura nella roccia. Con il software *PFC* è stato così modellato il comportamento meccanico per diversi tipi di roccia, riproducendo la geometria della struttura microscopica e definendo appropriati modelli di legame per i contatti [28].

Mediante il confronto tra i risultati di laboratorio e le simulazioni è stata confermata l'affidabilità del modello di rottura *DEM* per l'analisi del meccanismo di frattura del granito.

McDowell e *Harireche* hanno usato il programma *PFC* per studiare la meccanica della frattura nel singolo grano di terreno, simulando la compressione di una particella modellata con un insieme di elementi sferici reciprocamente legati nei punti di contatto.

Calibrati i parametri microscopici del sistema in base alle reali proprietà del grano di terreno schematizzato, la simulazione ha fornito una resistenza alla compressione simile a quella ottenuta in laboratorio [42].

I due ricercatori hanno inoltre riprodotto con il software *PFC* l'*oedometer test*, modellando ciascun grano di sabbia con un insieme di particelle legate reciprocamente (figura 3.2).

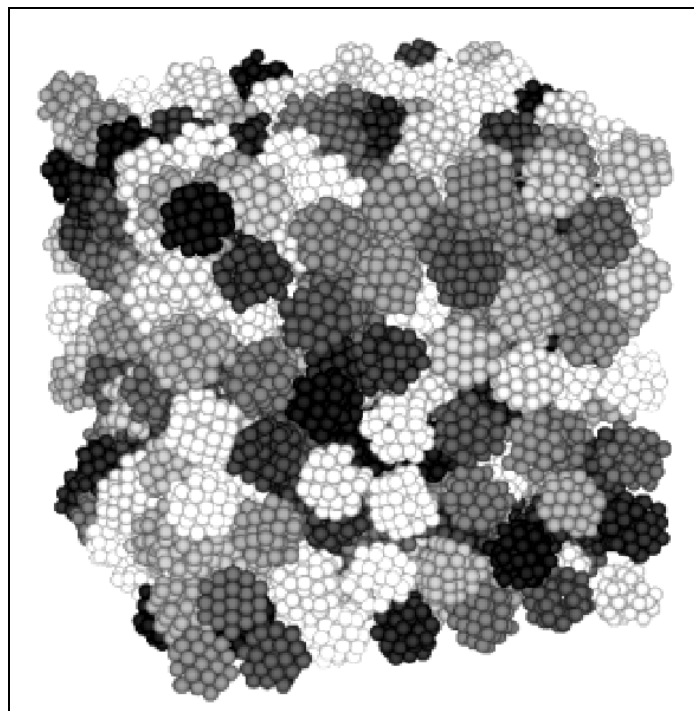


Figura 3.2: Modello con cluster per la schematizzazione dei grani di sabbia

Le simulazioni hanno quindi sviluppato una tensione di rottura, inversamente proporzionale alle dimensioni dei grani di sabbia, che risulta comunque essere inferiore a quella determinata in laboratorio, a causa probabilmente della diversa forma tra le particelle modellate e reali.

Il metodo *DEM* si è comunque dimostrato uno strumento in grado di riprodurre correttamente il meccanismo di rottura dei grani di terreno, permettendo così lo studio di aspetti microscopici legati alla risposta macroscopica del materiale granulare [43].

Powrie ha riprodotto una prova di compressione biassiale con un modello *DEM* formato da 10000 particelle rigide (figura 3.3); la singola particella è stata schematizzata mediante una coppia di elementi di forma sferica cementati nel corrispondente punto di contatto (figura 3.4).

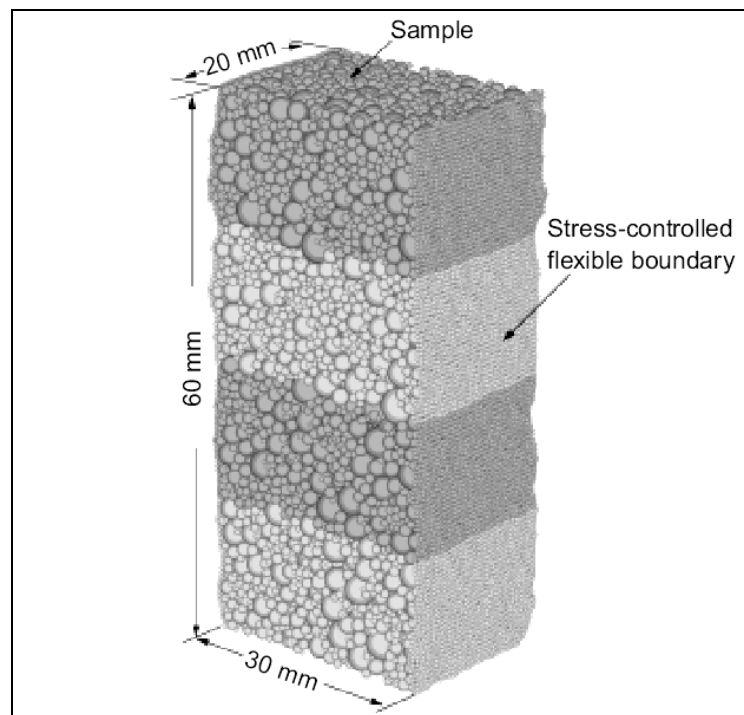


Figura 3.3: Modello con 10000 particelle per il test di compressione biassiale

Sono stati investigati, durante la simulazione, gli effetti dell'attrito interparticellare, della porosità e dell'attrito tra la piastra di carico ed il modello, sulla risposta macroscopica.

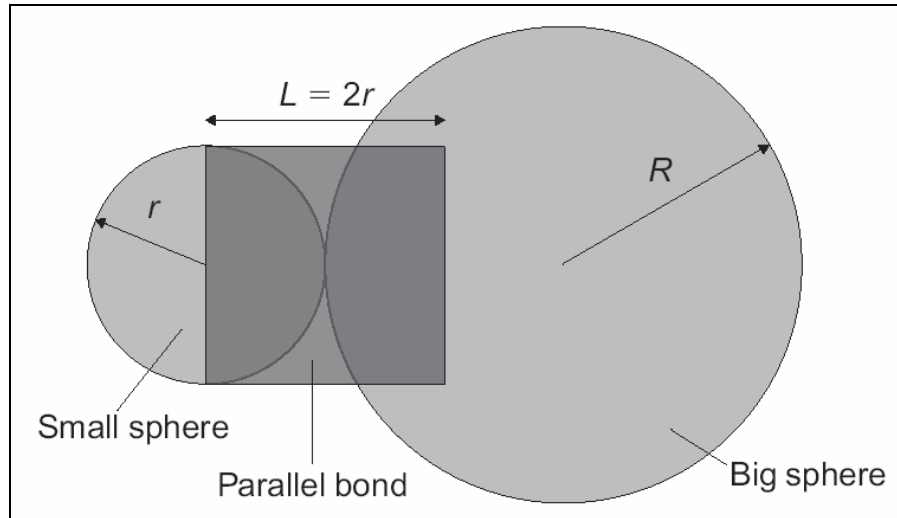


Figura 3.4: Schema della coppia di sfere legate mediante *contact bond*

Nell'analisi dei risultati è stata considerata l'influenza del fattore di forma definito in base ai raggi R e r per le coppie di particelle legate.

$$Shape\ Factor = \frac{R+r}{R} \quad (3.1)$$

Il modello con angolo di attrito interparticellare pari a 26° ha fornito dei risultati concordi alla prova di laboratorio [56].

Dolezalova ha modellato una prova di compressione su provini di sabbia *Zbraslav* di media resistenza, mediante un insieme di particelle con parametri microscopici opportunamente calibrati [20].

Nel modello *DEM*, durante la simulazione, l'influenza del cammino tensionale sulla risposta deformativa è risultata essere in accordo con quella determinata in laboratorio (figura 3.5).

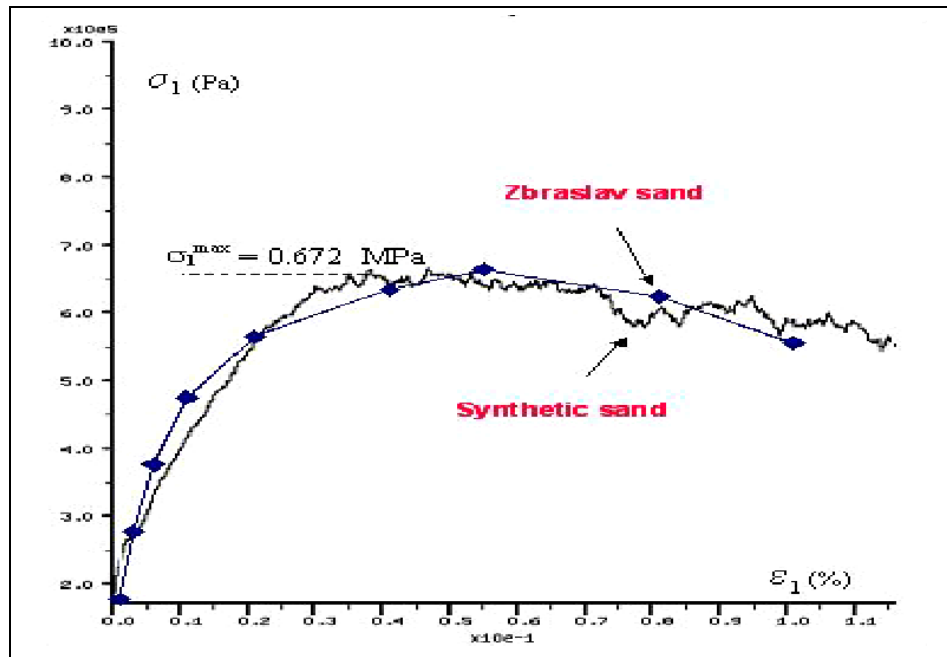


Figura 3.5: Risposta tenso-deformativa del provino con sabbia *Zbraslav* e del modello *DEM*

Le modellazioni *DEM* di prove su terreni o rocce, eseguite dai ricercatori, sono ancora numerose; si ricordano per concludere le seguenti: simulazione della prova di compressione per una roccia dura con comportamento anisotropo (*Wanne*) [72], modellazione di un test di trazione a cicli ripetuti (*Konietzky*) [38] e la simulazione del *test* biassiale per valutare la resistenza a taglio di una sabbia sintetica (*Zhou e Chi*) [75].

Nonostante il metodo degli elementi distinti particellari sia applicato da oltre trenta anni per lo studio della risposta macroscopica del materiale granulare non legato in base alla struttura microscopica ed alle proprietà dei componenti, non è ancora estesamente utilizzato per l'analisi del comportamento meccanico del conglomerato bituminoso.

Si evidenzia infine che, tra i codici di calcolo sviluppati con il *DEM*, il *PFC* è attualmente il migliore per la comprensione delle possibili correlazioni esistenti nella miscela bituminosa tra i fenomeni di natura microscopica e la corrispondente risposta macroscopica.

3. IL CODICE DI CALCOLO *PARTICLE FLOW CODE (PFC)*

3.1. Il funzionamento qualitativo del *software*

Il codice di calcolo *PFC* è stato sviluppato dall'*ITASCA Group Inc.* per simulare i movimenti dei corpi rigidi con forma sferica costituenti l'insieme particellare e le corrispondenti sollecitazioni nei punti di contatto.

Il metodo utilizzato è il *DEM* teorizzato da *Cundall* e *Strack* che permette la rappresentazione numerica dello spostamento e della rotazione delle particelle, il completo distacco tra gli elementi ed il riconoscimento dei nuovi punti di contatto [15].

Il *software* simula quindi il comportamento meccanico di un sistema formato da particelle che occupano una quantità finita di spazio, si spostano indipendentemente le une dalle altre ed interagiscono solo in caso di reciproco contatto.

Le particelle sono indeformabili, ma possono subire deformazioni locali nei punti di interazione per un modello di contatto di tipo *soft*.

Le forze di contatto vengono calcolate in base alle sollecitazioni ed alle rigidità esercitata da ciascuna coppia di elementi nel generico punto.

Le particelle di forma sferica sono denominate "*balls*", mentre con il termine "*walls*" si indicano gli elementi *boundary* di confinamento e compattazione del modello.

È possibile assegnare alle particelle sia le grandezze cinematiche sia quelle dinamiche, mentre per gli elementi *boundary* è possibile definire le sole velocità di traslazione e rotazione.

Con il *PFC* può infine essere simulato il fenomeno del rammollimento della miscela, mediante la definizione del legame *contact bond* nei punti di interazione tra le particelle, ed il successivo annullamento per forze di contatto che superano localmente la resistenza ultima.

Gli elementi di forma sferica sviluppano infatti sollecitazioni di trazione responsabili dell'innescio di micro-fratture, riproducendo così un comportamento macroscopico complesso governato dai fenomeni di rammollimento e rottura.

3.2. Procedura di calcolo

L'algoritmo di calcolo richiede ad ogni ciclo l'aggiornamento dei contatti in base alla posizione e al movimento relativo delle particelle (figura 3.6). Nei punti di interazione è definita la legge forza-spostamento per valutare l'entità delle forze di contatto, mentre la seconda legge di *Newton* è applicata alle particelle per determinarne le velocità e gli spostamenti in base alle forze e ai momenti applicati (*Itasca*, 2002).

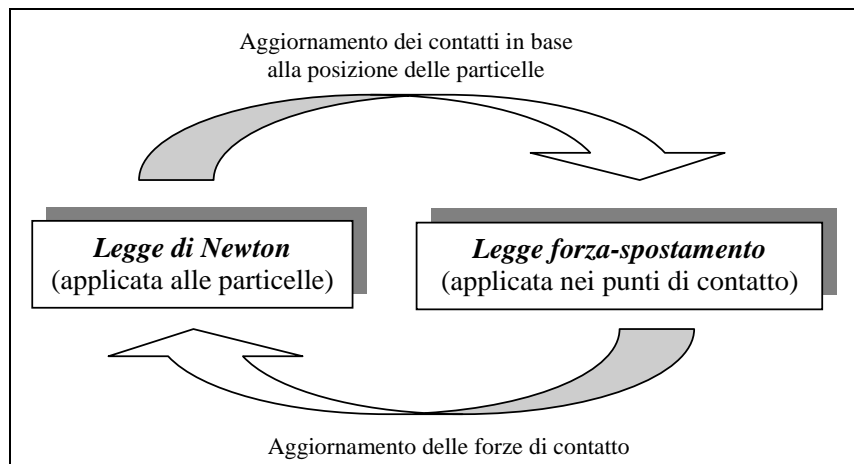


Figura 3.6: Ciclo di calcolo del *DEM* particellare (*Itasca*, 2002)

Per spiegare i principi di funzionamento dell'algoritmo di *time-stepping*, alla base del calcolo delle grandezze cinematiche e dinamiche relative al modello, si applica il sistema di equazioni non lineari a due dischi circolari, indicati con x e y , privi di peso e schiacciati da pareti rigide in movimento con velocità costante v .

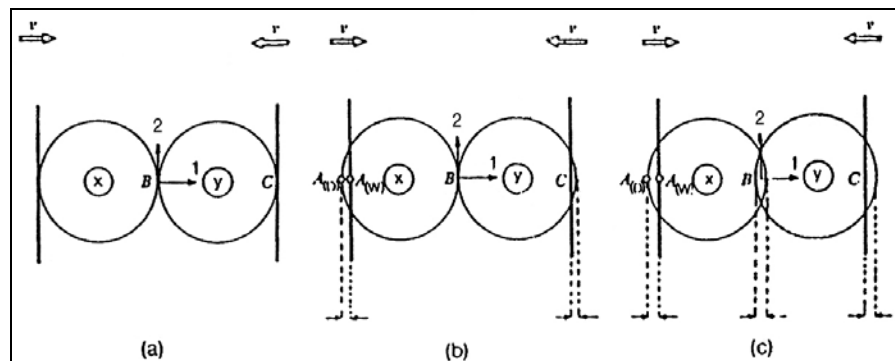


Figura 3.7: Schema dei dischi compressi tra le pareti rigide (*Cundall & Strack*, 1979)

Nell'istante iniziale $t = t_0$ si ha un primo contatto parete-disco che non genera alcuna forza (figura 3.7.a). Dopo un intervallo di tempo Δt , le pareti sono traslate verso l'interno di una quantità pari a $v\Delta t$. Durante ciascun intervallo temporale Δt si ipotizza che la perturbazione non possa propagarsi da un disco all'altro; gli elementi circolari conservano quindi tra $t = t_0$ e $t = t_0 + \Delta t$ la loro posizione iniziale e nell'istante $t_1 = t_0 + \Delta t$ si verificherà nei punti di contatto A e C una sovrapposizione pari a $\Delta n = v \cdot \Delta t$ (figura 3.7.b).

Il contatto A è il punto mediano del segmento $\overline{A_{(D)}A_{(W)}}$, delimitato dai punti del disco $A_{(D)}$ e della parete $A_{(W)}$ appartenenti alla retta passante per i centri degli elementi circolari; con $(\Delta n_{(A)})_{t1}$ si indica lo spostamento relativo di $A_{(D)}$ rispetto al punto $A_{(W)}$ nel singolo incremento di tempo.

Gli spostamenti relativi che si hanno nei punti di contatto A e C al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ vengono quindi inseriti nella legge forza-spostamento per il calcolo delle forze di contatto:

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n)_{t1} = k_n \cdot v \cdot \Delta t \quad (3.2)$$

dove k_n è la rigidezza normale e ΔF_n rappresenta l'incremento della forza normale.

Con le equazioni (3.3) e (3.4), definita positiva la direzione 1 dal disco x al disco y, si calcolano quindi le risultanti delle forze $F_{(x)1}$ e $F_{(y)1}$ per i dischi x ed y al tempo $t = t_0 + \Delta t$.

$$F_{(x)1} = k_n \cdot (\Delta n)_{t1} \quad (3.3)$$

$$F_{(y)1} = -k_n \cdot (\Delta n)_{t1} \quad (3.4)$$

Queste forze sono utilizzate per determinare le nuove accelerazioni facendo ricorso alla seconda legge di Newton:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad (3.5)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \quad (3.6)$$

dove \ddot{x}_1 ed \ddot{y}_1 indicano le accelerazioni dei dischi x ed y nella direzione 1 ed $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$ le rispettive masse.

Le accelerazioni così trovate sono assunte costanti nell'intervallo di tempo da $t_1 = t_0 + \Delta t$ a $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ e possono essere integrate in modo tale da fornire le velocità:

$$[\dot{x}_1] = \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (3.7)$$

$$[\dot{y}_1] = \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t \quad (3.8)$$

Gli incrementi di spostamento relativo nei contatti A , B e C all'istante $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ si determinano infine mediante le equazioni (3.9), (3.10) e (3.11).

$$(\Delta n_{(A)})_{t2} = \left\{ v - \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \quad (3.9)$$

$$(\Delta n_{(B)})_{t2} = \left\{ \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t - \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t \right\} \cdot \Delta t \quad (3.10)$$

$$(\Delta n_{(C)})_{t2} = \left\{ \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \cdot \Delta t - [-v] \right\} \cdot \Delta t \quad (3.11)$$

dove $\Delta n_{(A)}$, $\Delta n_{(B)}$ e $\Delta n_{(C)}$ sono considerati positivi se di compressione.

L'algoritmo di calcolo, per ogni ciclo, prevede innanzitutto l'applicazione della legge forza-spostamento ai punti di contatto, al fine di determinarne la forza risultante e successivamente l'uso della seconda legge di *Newton* per il calcolo delle grandezze cinematiche dei dischi.

3.2.1. La legge forza-spostamento

La legge forza-spostamento, come anticipato, è definita nei punti di interazione tra gli elementi del sistema, per determinare le forze di contatto in funzione dei corrispondenti spostamenti relativi.

Si prendano in considerazione due dischi x ed y in contatto reciproco (figura 3.8). Le coordinate dei centri si indicano con $x_i = (x_1, x_2)$ ed $y_i = (y_1, y_2)$, dove gli indici 1 e 2 si riferiscono agli assi del sistema di riferimento cartesiano rappresentato in figura. Le componenti dei vettori velocità dei due dischi sono rispettivamente $\dot{x}_i = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$ ed $\dot{y}_i = (\dot{y}_1, \dot{y}_2)$, mentre le velocità angolari sono $\dot{\theta}_{(x)}$ e $\dot{\theta}_{(y)}$, considerate positive se antiorarie. I punti $P_{(x)}$ e $P_{(y)}$ sono ottenuti per intersezione delle circonferenze con la retta passante per i centri dei dischi di raggio $R_{(x)}$ e $R_{(y)}$ e masse pari ad $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$.

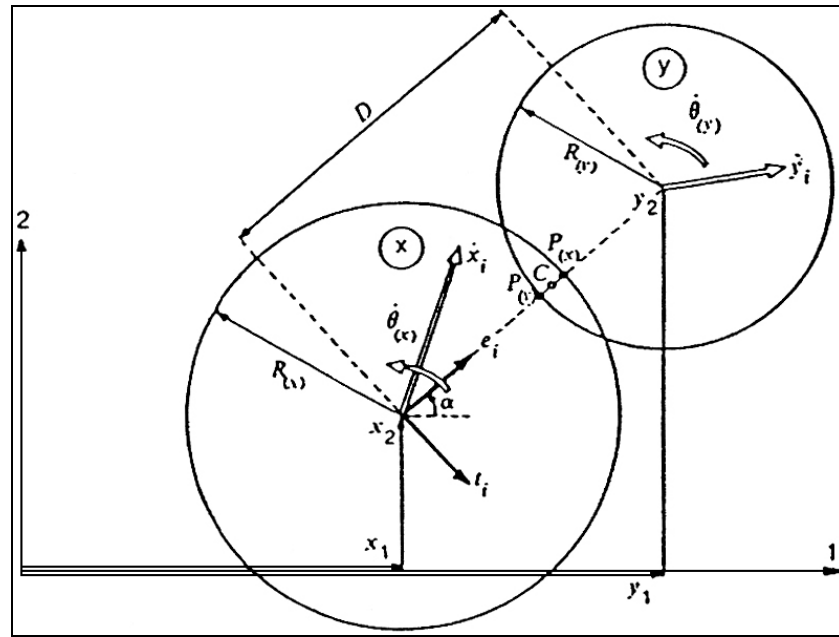


Figura 3.8: Legge forza-spostamento (Cundall e Strack, 1979)

Due dischi si considerano in contatto solo se la distanza D tra i loro centri risulta essere minore della somma dei loro raggi:

$$D < R_{(x)} + R_{(y)} \quad (3.12)$$

Se si verifica questa condizione, lo spostamento relativo del punto di contatto C si determina integrando la velocità relativa, definita come la velocità del punto $P_{(x)}$ rispetto al punto $P_{(y)}$.

Si introducono il versore normale $e_i = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ con direzione che va dal centro del disco x al centro del disco y, tale che:

$$e_i = \frac{y_i - x_i}{D} = (\cos \alpha, \sin \alpha) \quad (3.13)$$

ed il versore tangenziale t_i ottenuto attraverso una rotazione di 90° di e_i :

$$t_i = (e_2 - e_1) \quad (3.14)$$

La velocità relativa \dot{X}_i del punto $P_{(x)}$ rispetto a $P_{(y)}$ può essere espressa come:

$$\dot{X}_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \cdot t_i \quad (3.15)$$

Le componenti normali (\dot{n}) e tangenziali (\dot{s}) delle velocità relative si calcolano come le proiezioni di \dot{X}_i rispettivamente lungo e_i e t_i :

$$\dot{n} = \dot{X}_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \quad (3.16)$$

$$\dot{s} = \dot{X}_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \cdot t_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} R_{(y)}) \quad (3.17)$$

L'integrazione rispetto al tempo della componente di velocità relativa fornisce le componenti Δn e Δs dell'incremento dello spostamento relativo:

$$\Delta n = (\dot{n}) \cdot \Delta t = \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i\} \cdot \Delta t \quad (3.18)$$

$$\Delta s = (\dot{s}) \cdot \Delta t = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot \Delta t \quad (3.19)$$

Questi incrementi di spostamento relativo sono utilizzati nella legge forza-spostamento con lo scopo di calcolare gli incrementi delle forze normali e tangenziali ΔF_n e ΔF_s :

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n) = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \cdot k_n \cdot \Delta t \quad (3.20)$$

$$\Delta F_s = k_s \cdot \Delta s = k_s \cdot \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})\} \cdot \Delta t \quad (3.21)$$

dove k_n e k_s rappresentano rispettivamente le rigidezze normale e tangenziale.

ΔF_n e ΔF_s sono aggiunti ad ogni intervallo di tempo alla somma di tutti gli incrementi delle forze determinati nei precedenti intervalli:

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \quad (3.22)$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \quad (3.23)$$

dove gli indici N e $N-1$ si riferiscono ai tempi t_N e t_{N-1} , di modo che $t_N - t_{N-1} = \Delta t$.

F_n e F_s sono considerate positive se dirette in verso opposto ai versori e_i e t_i (figura 3.9).

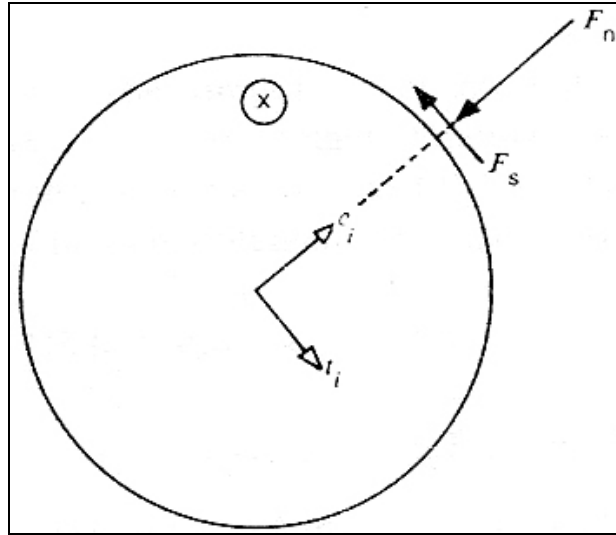


Figura 3.9: Convenzioni sui segni per F_n e F_s (Cundall e Strack, 1979)

Per quanto riguarda lo scorrimento tra i due dischi, l'entità della forza tangenziale F_s sopra calcolata è confrontata con il valore massimo ammissibile $(F_s)_{\max}$ definito come:

$$(F_s)_{\max} = F_n \cdot \tan \phi_\mu + c \quad (3.24)$$

dove ϕ_μ è il più piccolo angolo di attrito dei due dischi a contatto e c la coesione.

Una volta determinate le forze normali e tangenziali per ciascun contatto di un disco, per esempio quello x , esse vengono scomposte nelle due componenti lungo le direzioni 1 e 2. La somma di tali componenti fornisce le forze risultanti $\sum F_{(x)1}$ e $\sum F_{(x)2}$.

Il momento risultante agente sul disco x ($\sum M_{(x)}$) è considerato positivo se agisce in senso antiorario ed è dato da:

$$\sum M_{(x)} = \sum F_s \cdot R_{(x)} \quad (3.25)$$

dove la sommatoria è estesa a tutti i contatti del disco.

Le forze ed i momenti risultanti agenti sul disco x sono successivamente inseriti nella seconda legge di *Newton* allo scopo di determinare le nuove accelerazioni \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$.

3.2.2. Le equazioni del moto

Le velocità \dot{x}_i e $\dot{\theta}_{(x)}$ riportate nelle equazioni (3.20) e (3.21) si valutano, come indicato da *Cundall* e *Strack*, assumendo che la risultante della forza e del momento al tempo t_N agisca sul disco x nell'intervallo Δt da $t_{N-1/2}$ a $t_{N+1/2}$; la seconda legge di *Newton*, applicata al disco x , si specializza quindi nelle seguenti equazioni:

$$m_{(x)} \cdot \ddot{x}_i = \sum F_{(x)i} \quad (3.26)$$

$$I_{(x)} \cdot \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} \quad (3.27)$$

dove $I_{(x)}$ rappresenta il momento di inerzia del disco x . Considerando \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$ costanti nell'intervallo di tempo Δt , dalle (3.26) e (3.27) si ricavano le seguenti espressioni delle velocità:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left[\sum \frac{F_{(x)i}}{m_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (3.28)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left[\sum \frac{M_{(x)i}}{I_{(x)}} \right] \cdot \Delta t \quad (3.29)$$

I valori delle velocità così ottenuti vengono inseriti nella legge forza-spostamento ed il ciclo può essere ripetuto per un nuovo incremento di tempo.

Le velocità calcolate con le (3.28) e (3.29) permettono inoltre di aggiornare le posizioni e le rotazioni dei dischi mediante un'ulteriore integrazione numerica:

$$(x_i)_{N+1} = (x_i)_N + (\dot{x}_i)_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (3.30)$$

$$(\theta_{(x)})_{N+1} = (\theta_{(x)})_N + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (3.31)$$

Nel modello possono infine essere incorporate anche forze di massa, come ad esempio quelle gravitazionali. In tal caso si aggiunge il termine $m_{(x)} \cdot g_i$ alla sommatoria delle forze $\sum F_{(x)i}$ che compare nell'equazione (3.28), dove $g_i = (g_1, g_2)$ rappresenta le due componenti del vettore accelerazione dovute alla forza di massa.

3.2.3. La legge di smorzamento

Lo smorzamento entra in gioco durante lo slittamento tra due dischi quando il valore della forza tangenziale in corrispondenza di ogni contatto risulta pari ad $(F_s)_{\max}$.

Tenendo conto dell'effetto dello smorzamento le equazioni (3.28) e (3.29) diventano:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left\{ \frac{\sum [F_{(x)i} + D_{(x)i}]}{m_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \quad (3.32)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left\{ \frac{\sum M_{(x)}}{I_{(x)}} \right\}_N \cdot \Delta t \quad (3.33)$$

dove $\sum D_{(x)i}$ rappresenta la somma delle componenti delle forze di smorzamento. Per valutarla si considerano le componenti normale (D_n) e tangenziale (D_s) come segue:

$$(D_n)_N = c_n \cdot \dot{n} = c_n \cdot [\dot{x}_i - \dot{y}_i]_{N-1/2} \cdot e_i \quad (3.34)$$

$$(D_s)_N = c_s \cdot \dot{s} = c_s \cdot \left[(\dot{x}_i - \dot{y}_i)_{N-1/2} \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})_{N-1/2} \right] \quad (3.35)$$

dove i coefficienti di smorzamento in direzione normale (c_n) e tangenziale (c_s) si assumono proporzionali alle rigidezze k_n e k_s con β costante:

$$c_n = \beta \cdot k_n \quad (3.36)$$

$$c_s = \beta \cdot k_s \quad (3.37)$$

La valutazione dei coefficienti di smorzamento rappresenta quindi una delle maggiori difficoltà del metodo (Choi, 1992; Fairhurst et al., 1999).

3.2.4. L'intervallo di tempo critico

I codici di calcolo basati sul metodo degli elementi distinti particellari integrano le equazioni del moto utilizzando uno schema alle differenze finite; la soluzione così calcolata risulta stabile solo se l'intervallo di tempo Δt non supera il valore critico. Per la sua determinazione si considera un sistema ad una dimensione composto da una massa (m) e da una molla di rigidezza k (figura 3.10).

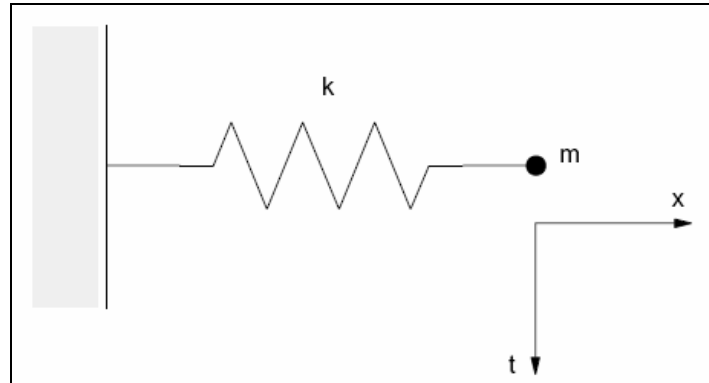


Figura 3.10: Sistema composto da una massa e da una molla (Cundall e Strack, 1979)

Il moto del punto in cui si concentra la massa è governato dalla seguente equazione differenziale:

$$-kx = m\ddot{x} \quad (3.38)$$

Indicando con T il periodo del sistema, l'intervallo di tempo critico (t_{crit}) diventa:

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}{\pi} \quad (3.39)$$

Si consideri ora una serie infinita di masse e di molle (figura 3.11.a). Il più piccolo periodo di questo sistema si avrà quando le masse si muovono in sincronia opponendosi al moto, in modo da evitare il movimento nel centro di ogni molla. Il moto di ogni singolo punto in cui si suppongono concentrate le masse può essere descritto attraverso i due sistemi equivalenti di figura 3.11.b che caratterizzano il moto di traslazione. L'intervallo di tempo critico per questo sistema sarà:

$$t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.40)$$

Il moto di rotazione è caratterizzato dagli stessi due sistemi di figura 3.11.b nei quali si inserisce al posto di m e di k rispettivamente il momento d'inerzia I di una particella di dimensioni finite e la sua rigidezza alla rotazione (k_{rotaz}). Le equazioni generali dell'intervallo di tempo critico diventano:

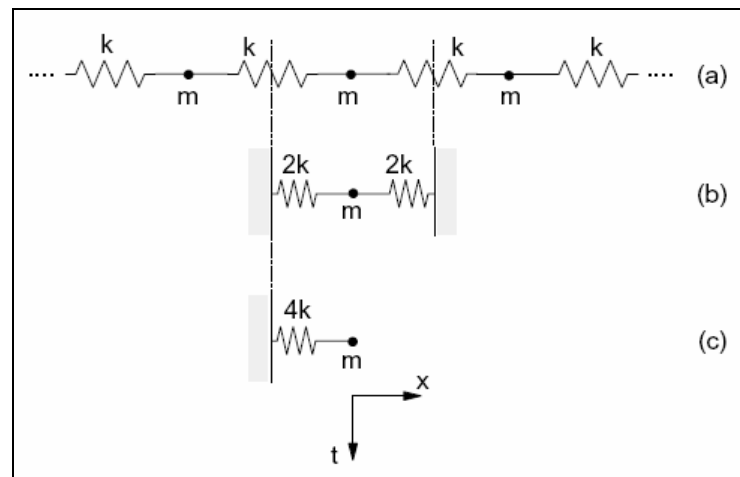


Figura 3.11: Sistema multiplo composto da masse e molle (Cundall e Strack, 1979)

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{m}{k_{trasl}}} \quad (\text{moto di traslazione}) \quad (3.41)$$

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{I}{k_{rotaz}}} \quad (\text{moto di rotazione}) \quad (3.42)$$

4. CONCLUSIONI

La realizzazione di modelli del conglomerato bituminoso secondo un approccio tradizionale di tipo macroscopico è insufficiente se si vuole investigare il comportamento microscopico della struttura del materiale durante una prova di tipo statico o dinamico.

Il conglomerato bituminoso è infatti un materiale composito che presenta un comportamento meccanico fortemente condizionato dalle proprietà dell'aggregato e del bitume.

Mediante una modellazione ad elementi distinti particellari è quindi possibile considerare il carattere discreto di una miscela bituminosa attraverso un approccio di tipo microscopico, così da comprendere i processi fisici di base che ne determinano la risposta tenso-deformativa macroscopica.

Le potenzialità di questa metodologia sono state quindi sfruttate modellando con il codice di calcolo *PFC* rispettivamente la prova *Marshall*, l'*ITSM test* e la fase di carico di una sovrastruttura flessibile sollecitata mediante ruote gemellate con impronte circolari.

CAPITOLO 4

MODELLAZIONE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI DELLA PROVA *MARSHALL*

1. INTRODUZIONE

Nel presente capitolo è stato schematizzato il comportamento di un provino in conglomerato bituminoso sottoposto a prova *Marshall* mediante un codice di calcolo ad elementi distinti (PFC^{2D}), con particolare attenzione alle modalità di generazione del campione e alla definizione, per le particelle a contatto, dei legami visco-elastici. Tra le diverse procedure di creazione del provino sono state approfondite la tecnica dell'*up-scaling*, che ha consentito di incrementare le dimensioni dell'aggregato riducendo così il numero totale di particelle ed i tempi di calcolo, e la logica *cluster* che ha permesso di schematizzare l'aggregato come elementi di forma non sferica mediante l'unione di più particelle.

Sono stati indagati in particolare lo stato tensionale nei piani medi rispettivamente orizzontale e verticale del provino e le relative curve carico-scorrimento.

I risultati di laboratorio hanno poi consentito la validazione di quelli numerici, permettendo così di evidenziare come il metodo *DEM* rappresenti un utile strumento per lo studio del conglomerato bituminoso. Previa acquisizione di conoscenze sulla correlazione esistente tra le caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali ed i parametri microscopici del modello, il metodo appare proponibile come supporto ai *test* di laboratorio per l'ottimizzazione della miscela e come evoluzione dei metodi di studio del comportamento a fatica delle pavimentazioni.

2. DESCRIZIONE DELLA PROVA *MARSHALL*

La prova *Marshall* è un *test* di tipo statico che misura convenzionalmente le proprietà meccaniche dei conglomerati bituminosi mediante un'apparecchiatura dotata di una testa di rottura formata da due ganasce metalliche aventi la superficie interna semicilindrica: quella inferiore è fissata al basamento della macchina, mentre quella superiore è libera di scorrere lungo due guide laterali [11].

Il provino in conglomerato bituminoso di forma cilindrica viene compattato con 50 colpi di pestello e condizionato a 60°C mediante un bagno termostatico. Il campione, disposto successivamente con l'asse orizzontale nella ganascia inferiore, viene sottoposto a compressione attraverso l'abbassamento della piastra superiore (figure 4.1.a e 4.1.b).

La prova viene quindi eseguita in controllo di deformazione con velocità costante di 51 mm al minuto fino alla rottura del provino, in corrispondenza della quale si misura la forza verticale massima esercitata sul campione dalla ganascia superiore (stabilità) e la relativa deformazione subita dalla miscela (scorrimento).

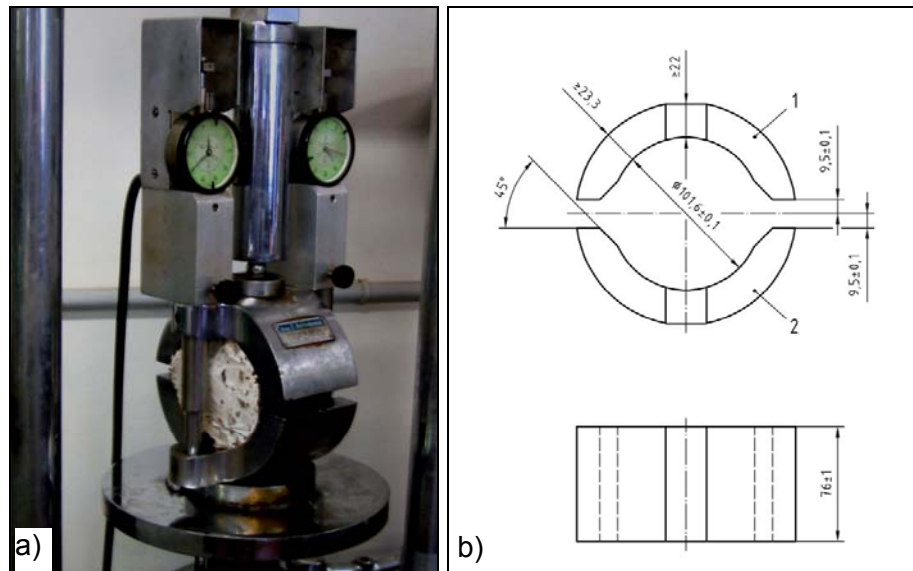


Figura 4.1: a) Apparecchiatura per la prova *Marshall* - b) Particolare della testa di rottura

3. LA MODELLAZIONE DEL PROVINO

3.1. Definizione della geometria del modello

Per riprodurre correttamente l'assortimento dell'aggregato si è ricercato un modello caratterizzato da una curva granulometrica il più possibile simile a quella reale (figura 4.2). Una volta generato l'anello di confinamento mediante un cerchio con diametro pari a 101.6 mm, si è cercato di riprodurre la curva granulometrica reale attraverso tre metodi di generazione:

- il primo, che utilizza particelle di forma sferica. Sono stati creati sei modelli numerici, generando per *step* successivi le particelle trattenute al crivello di 10 mm e successivamente quelle trattenute a crivelli e setacci di dimensione inferiore [31];
- il secondo, fondato sui *cluster*, i quali, conferendo ai grani forme diverse da quella sferica, risultano maggiormente rappresentativi delle particelle frantumate costituenti il materiale lapideo di un conglomerato bituminoso [31];
- il terzo, che adotta la tecnica dell'*up-scaling* [27].

In figura 4.3 si riporta il modello con 58000 particelle (è visibile la sola frazione grossolana) ed il relativo anello di confinamento.

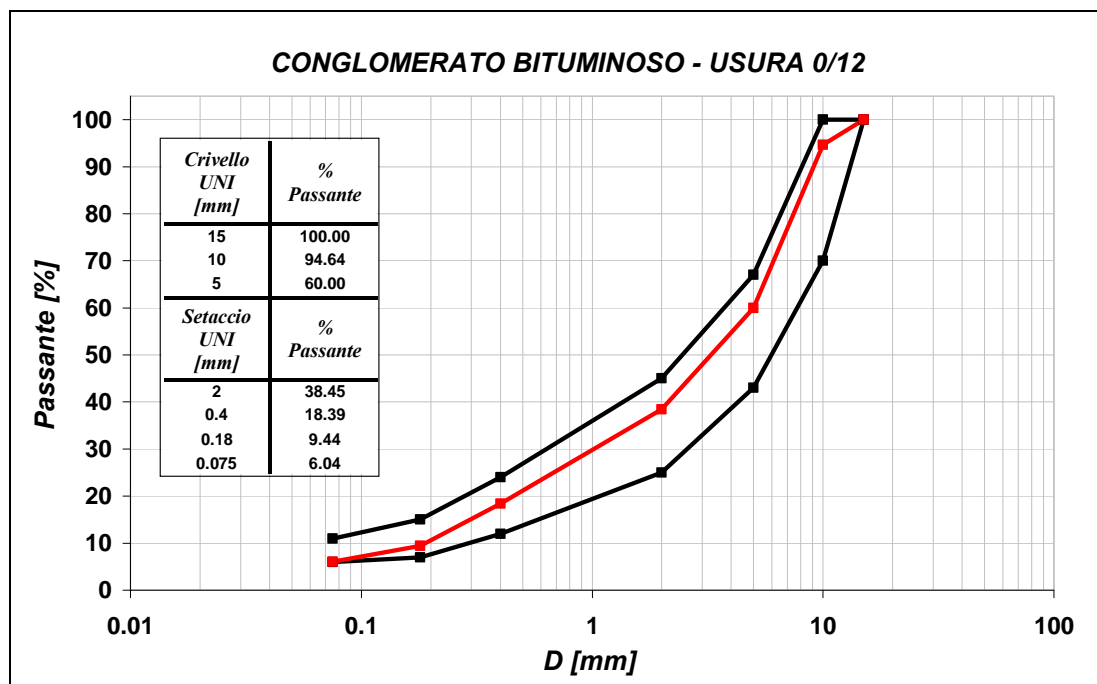


Figura 4.2: Fuso con curva granulometrica dell'aggregato costituente il provino

In figura 4.3 si riporta il modello con 58000 particelle (è visibile la sola frazione grossolana) ed il relativo anello di confinamento.

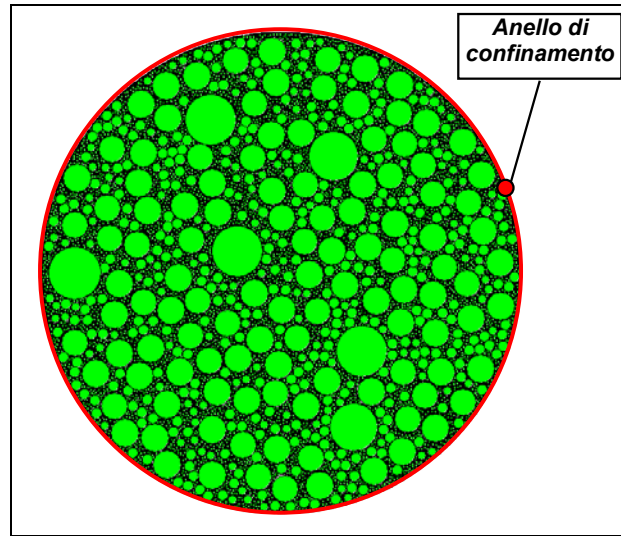


Figura 4.3: Modello con 58000 particelle

La tecnica dell'*up-scaling* della curva granulometrica reale consiste nel moltiplicare il diametro delle particelle per un fattore S assunto in questo caso pari a 10. La curva granulometrica così ottenuta presenta il medesimo andamento di quella reale ed è traslata verso destra di un valore dato dalla seguente formula:

$$\Delta D = (S - 1) \cdot D_{iniziale} \quad (4.1)$$

dove ΔD è il modulo del vettore spostamento, S è il fattore di *up-scaling* e $D_{iniziale}$ la dimensione media della curva granulometrica reale.

Il legame tra i numeri di particelle del modello in *up-scaling* (N_f) e di quello non modificato (N_i) nel caso specifico è fornito dalla seguente relazione:

$$N_f = \frac{N_i}{4} \quad (4.2)$$

In figura 4.4, unitamente alla curva reale, si riportano le curve granulometriche dei modelli costituiti rispettivamente da 58429, 21626 e 20385 particelle, l'ultimo dei quali ottenuto con la tecnica dell'*up-scaling*.

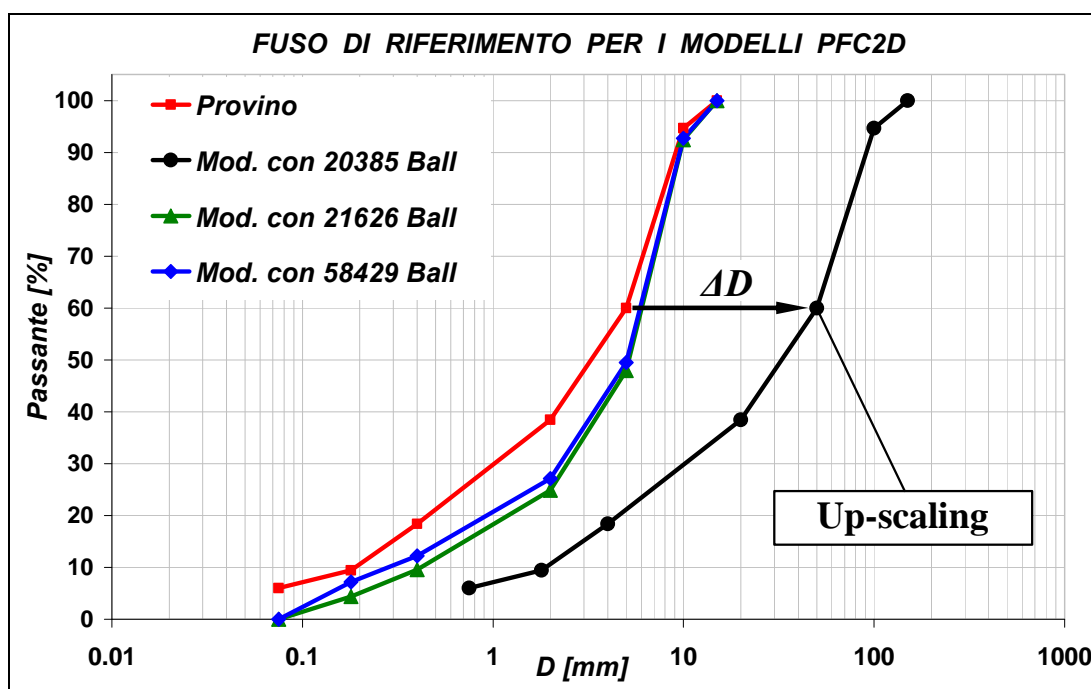


Figura 4.4: Fuso di riferimento per le classi granulometriche dei modelli

In tabella 4.1 per ciascun modello considerato (indicato da una sigla identificativa) si riportano l'assortimento granulometrico ed il corrispondente numero di particelle.

Tabella 4.1: Sigle dei modelli generati

Modello	A-100	B-200	C-600	D-2000	E-11500 Cluster	G-21000	H-58000	Modello Up-	F-20000
Numero Particelle	113	215	655	2285	11472	21626	58429	Numero Particelle	20385
D _{crivello} [mm]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	D _{crivello} [mm]	Pass. [%]
15	100	100	100	100	100	100	100	150	100
10	39	43	47	48	70	93	93	100	95
5	3	10	15	18	45	48	50	50	60
D _{setaccio} [mm]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	Pass. [%]	D _{setaccio} [mm]	Pass. [%]
2			6	9	25	25	27	20	39
0.4				3		10	12	4	18
0.18						4	7	1.8	9
0.075								0.75	6

3.2. Definizione del modello di legame

Nella definizione delle caratteristiche del legame di contatto tra le particelle è stato simulato, ad eccezione dei *cluster* in cui il legame è di tipo lineare, il comportamento visco-elastico del conglomerato bituminoso secondo il modello di *Burger*.

Il legame di contatto tra due sfere è quindi costituito da una coppia di elementi formata da un ammortizzatore e da una molla, collegati rispettivamente in serie ed in parallelo (figura 4.5).

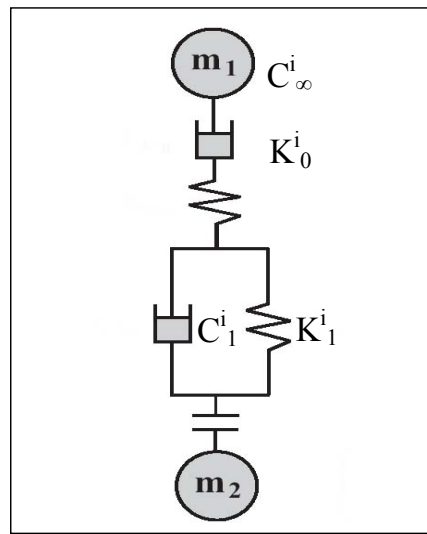


Figura 4.5: Schematizzazione del modello di *Burger*

Le resistenze normale b_n e tangenziale b_s sono rispettivamente pari a 10^{10} N; tali valori evitano la rottura dei legami di contatto e permettono quindi al generico modello di esplicitare il comportamento visco-elastico semplificato in tutte le sue fasi.

Le rigidezze di contatto normale k_n e tangenziale k_s sono espresse in funzione del tempo di carico t secondo la seguente formula generale [14]:

$$k_i = \left[\frac{1}{K_0^i} + \frac{t}{C_\infty^i} + \frac{1}{K_1^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^i}} \right) \right]^{-1} \quad (4.3)$$

$$\tau^i = \frac{C_1^i}{K_1^i} \quad (4.4)$$

Nelle relazioni (4.3) e (4.4) figurano inoltre, per le direzioni normale n e tangenziale s , le costanti elastiche K_o^i e K_I^i delle molle, le costanti di smorzamento viscoso C_o^i e C_I^i degli ammortizzatori ed il tempo di rilascio τ^i .

I parametri del legame di contatto visco-elastico sono stati determinati calcolando per ciascun modello con le equazioni (4.5) e (4.6) le rigidezze k_n e k_s in funzione dei valori del modulo di deformazione volumica K' , del modulo di elasticità tangenziale G' e del coefficiente di Poisson ν negli istanti iniziali della prova, durante i quali il provino presentava un comportamento all'incirca lineare [16].

$$k_n = K' \frac{4\pi\Sigma R^2}{(1-n)\Sigma R\Sigma L} \quad (4.5)$$

$$k_s = G' \frac{8\pi\Sigma R^2}{(1-n)\Sigma R\Sigma L} - k_n \quad (4.6)$$

Nelle equazioni (4.5) e (4.6) oltre alle grandezze definite in precedenza figurano la porosità n ed i termini ΣL , ΣR , ΣR^2 , sommatorie rispettivamente della distanza L tra i centri di due sfere in contatto e del raggio R della generica particella.

In tabella 4.2 si riportano per il provino reale alla temperatura di 60°C i valori della densità (ρ), del coefficiente di *Poisson* (ν), del modulo di deformazione volumica (K'), del modulo elastico (E') e del modulo tangenziale (G').

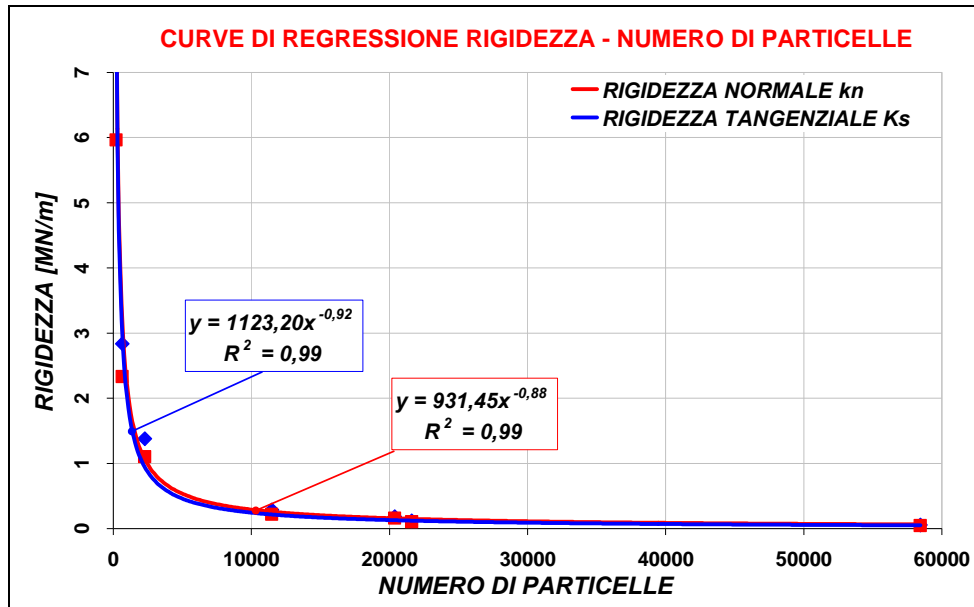
Tabella 4.2: Parametri del provino reale alla temperatura di 60°C.

ρ [Kg/m ³]	ν	K' [MPa]	E' [MPa]	G' [MPa]
2322	0.15	450	945	411

In tabella 4.3 figurano invece per ciascun modello i corrispondenti valori delle rigidezze e dei parametri del modello di *Burger* alla stessa temperatura di riferimento, mentre in figura 4.6 sono graficate le curve di regressione delle rigidezze in funzione del numero di particelle.

Tabella 4.3: Valori delle rigidezze e dei parametri del modello di *Burger* alla temperatura di 60°C

MODELLI	Rigidezza di contatto normale					Rigidezza di contatto tangenziale				
	k_n MN/m	K^n_0 MN/m	K^n_1 MN/m	C^n_∞ MNs/m	C^n_1 MNs/m	k_s MN/m	K^s_0 MN/m	K^s_1 MN/m	C^s_∞ MNs/m	C^s_1 MNs/m
A-100	$1.5 \cdot 10^{+1}$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$7.9 \cdot 10^{+2}$	$2.1 \cdot 10^{+1}$	$2.0 \cdot 10^{+3}$	$4.0 \cdot 10^{+3}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$7.9 \cdot 10^{+2}$
B-200	$7.7 \cdot 10^0$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.0 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$6.0 \cdot 10^0$	$2.5 \cdot 10^{+4}$	$5.0 \cdot 10^{+4}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$7.9 \cdot 10^{+2}$
C-600	$2.8 \cdot 10^0$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.0 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$2.3 \cdot 10^0$	$2.5 \cdot 10^{+4}$	$5.0 \cdot 10^{+4}$	$1.3 \cdot 10^{+2}$	$3.1 \cdot 10^{+2}$
D-2000	$1.4 \cdot 10^0$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.6 \cdot 10^{+1}$	$1.0 \cdot 10^{+1}$	$2.5 \cdot 10^{+1}$	$1.1 \cdot 10^0$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$5.0 \cdot 10^{+2}$	$3.2 \cdot 10^{+3}$	$7.9 \cdot 10^{+3}$
E-11500	$2.8 \cdot 10^{-1}$	$7.9 \cdot 10^0$	$7.9 \cdot 10^0$	$1.0 \cdot 10^{+1}$	$7.9 \cdot 10^0$	$2.2 \cdot 10^{-1}$	$5.0 \cdot 10^{+4}$	$1.0 \cdot 10^{+5}$	$1.0 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+3}$
G-21000	$1.2 \cdot 10^{-1}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$1.9 \cdot 10^{+3}$	$1.1 \cdot 10^{-1}$	$2.5 \cdot 10^{+6}$	$2.5 \cdot 10^{+6}$	$3.2 \cdot 10^0$	$1.9 \cdot 10^{+1}$
H-58000	$5.6 \cdot 10^{-2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$1.9 \cdot 10^{+3}$	$4.6 \cdot 10^{-2}$	$2.5 \cdot 10^{+7}$	$2.5 \cdot 10^{+7}$	$3.2 \cdot 10^0$	$1.9 \cdot 10^{+1}$
F-20000	$1.8 \cdot 10^{-1}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$2.5 \cdot 10^{+2}$	$3.2 \cdot 10^{+2}$	$1.9 \cdot 10^{+3}$	$1.6 \cdot 10^{-1}$	$2.5 \cdot 10^{+6}$	$2.5 \cdot 10^{+6}$	$3.2 \cdot 10^0$	$1.9 \cdot 10^{+1}$


 Figura 4.6: Curve di regressione delle rigidezze normale k_n e tangenziale k_s in funzione del numero di particelle

Il provino è stato realizzato con bitume normale 50/70 avente temperatura di rammollimento di circa 55°C, inferiore alla temperatura di riferimento della prova *Marshall*; durante tale prova il legante, che tende a rammollire, non presenta quindi una rottura vera e propria.

Tra le particelle a diversa granulometria costituenti ciascun modello è stato definito un coefficiente di attrito microscopico μ_b di circa 0.8 corrispondente ad un angolo di attrito interno macroscopico (φ) di circa 35° , effettivamente posseduto dall'aggregato lapideo calcareo del conglomerato bituminoso.

Le ganasce sono state modellate servendosi di elementi *boundary* ai quali sono stati conferiti un attrito acciaio-particelle nullo ed opportuni valori delle rigidzze di contatto normale k_n e tangenziale k_s , al fine di ottenere come modulo del materiale quello tipico dell'acciaio (figura 4.7).

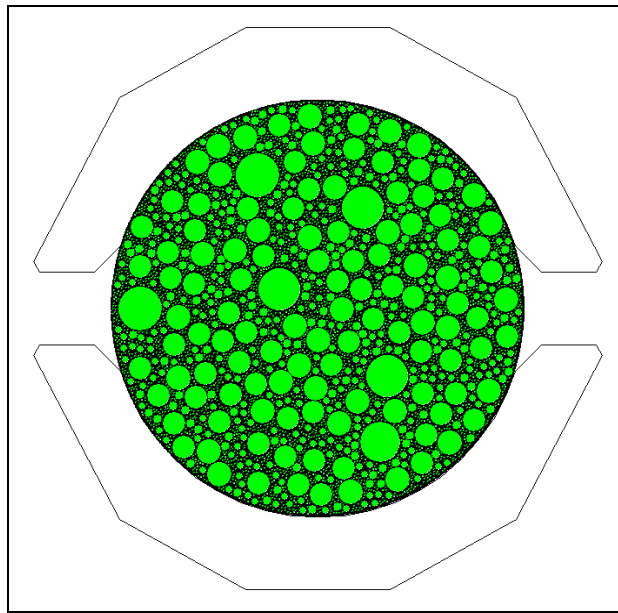


Figura 4.7: Schematizzazione delle piastre mediante elementi *boundary*

Durante le simulazioni sono stati inseriti alcuni cerchi di misura con raggio pari a 2.5 mm, ciascuno dei quali rileva il valor medio degli stati tensionale e deformativo delle particelle appartenenti alla corrispondente area. Tali cerchi sono stati disposti lungo i diametri orizzontale e verticale, con la funzione di determinare lo stato tensionale normale generato dalle piastre all'interno del provino in corrispondenza di tali direzioni (figura 4.8).

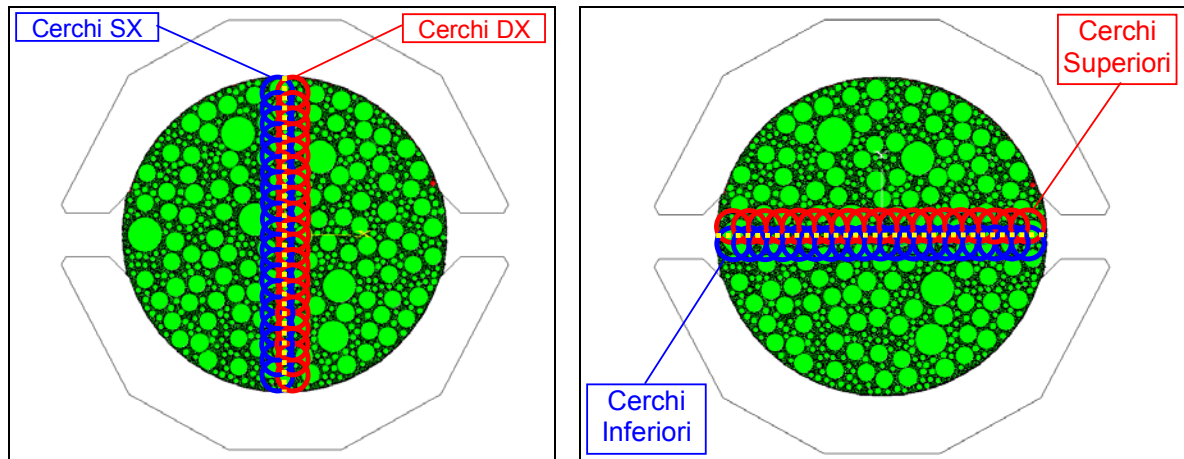


Figura 4.8: Cerchi misuratori posizionati nei diametri verticale ed orizzontale del generico provino

4. LA SIMULAZIONE DELLA PROVA

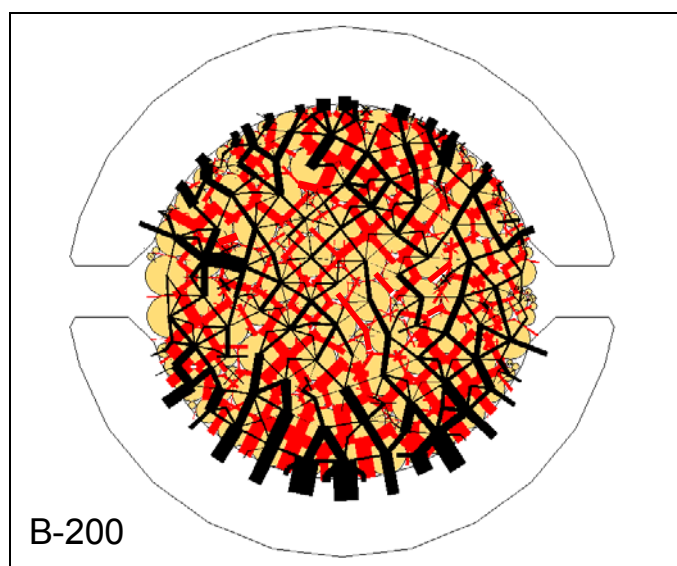
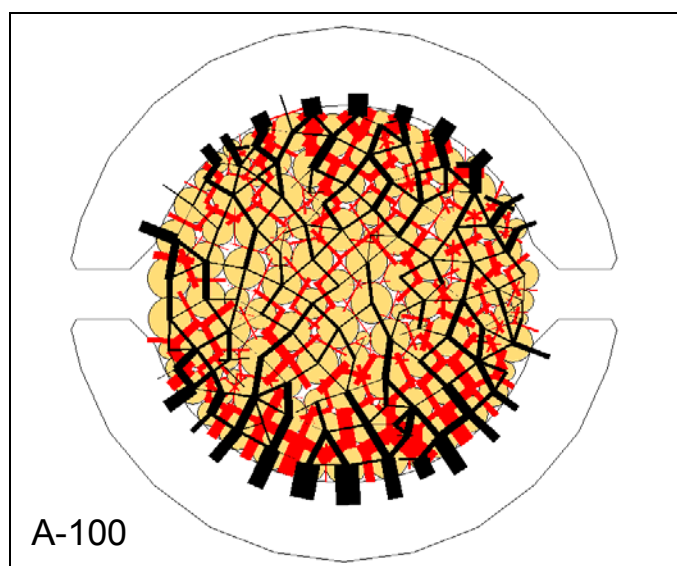
Alle ganasce sono state conferite velocità uguali e contrarie pari a 0.425 mm/sec, al fine di ottenere il medesimo spostamento relativo caratterizzante il provino nel corso della prova reale, durante la quale la ganascia inferiore rimane ferma e quella superiore si muove verso il basso con una velocità di 0.85 mm/sec.

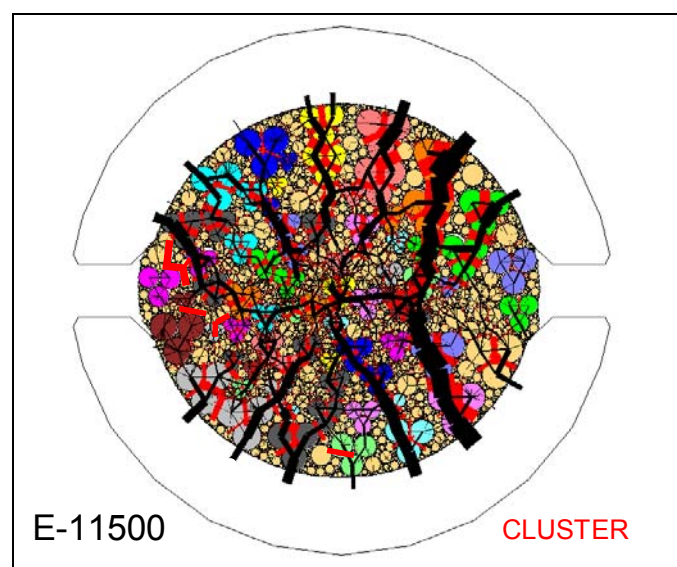
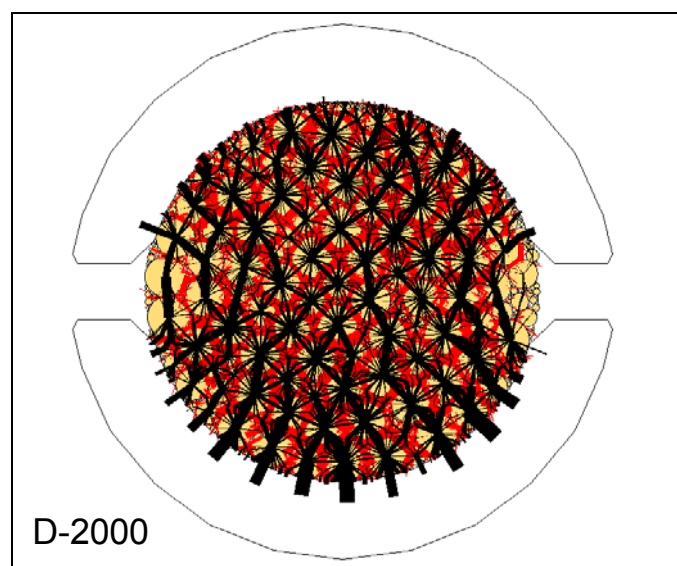
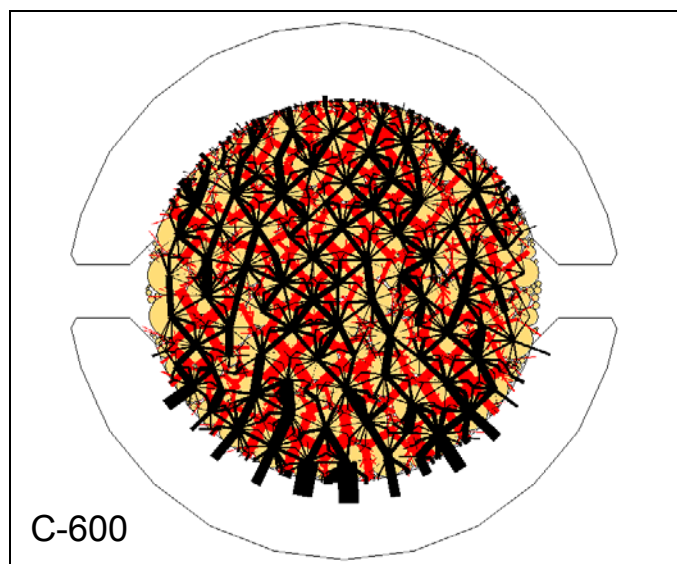
Al termine di ogni ciclo di calcolo sono state determinate la forza verticale trasmessa dalla ganascia superiore e la relativa deformazione verticale del modello. La prima è stata valutata come sommatoria della componente verticale degli sforzi esercitati dalle particelle a contatto con la ganascia superiore; lo schiacciamento del provino è stato ottenuto invece analizzando lo spostamento delle particelle localizzate agli estremi del diametro verticale.

Nel corso della simulazione, per ciascun modello, sono stati monitorati inoltre l'andamento delle forze puntuali di contatto, la distribuzione degli spostamenti interparticellari ed i valori del carico massimo verticale e del corrispondente scorrimento (tabella 4.4, figure 4.9 e 4.10).

Tabella 4.4: Valori della stabilità e del relativo scorrimento per i diversi modelli

	A-100	B-200	C-600	D-2000	E-11500	G-21000	H-58000	F-20000
Stabilità [N]	12948	13652	13451	13522	13416	12834	12951	12099
scorr. [mm]	1.56	1.94	2.52	2.10	2.58	2.86	2.23	2.35





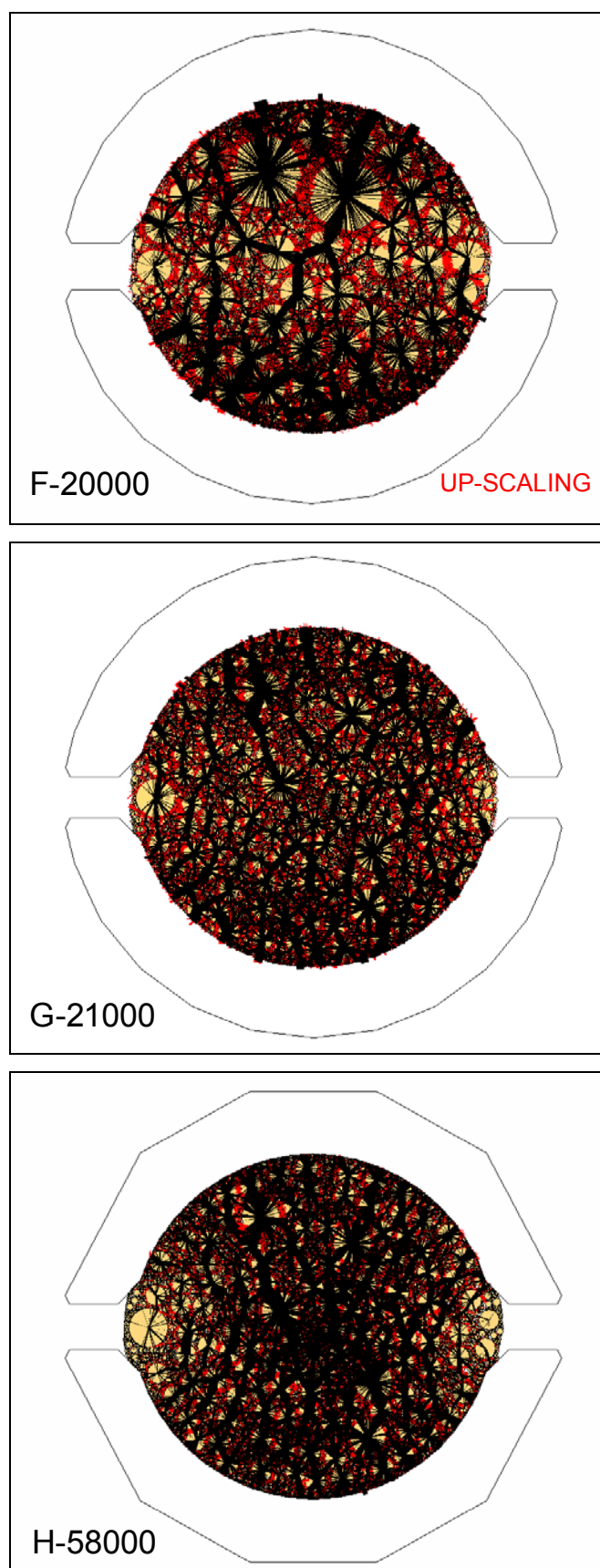
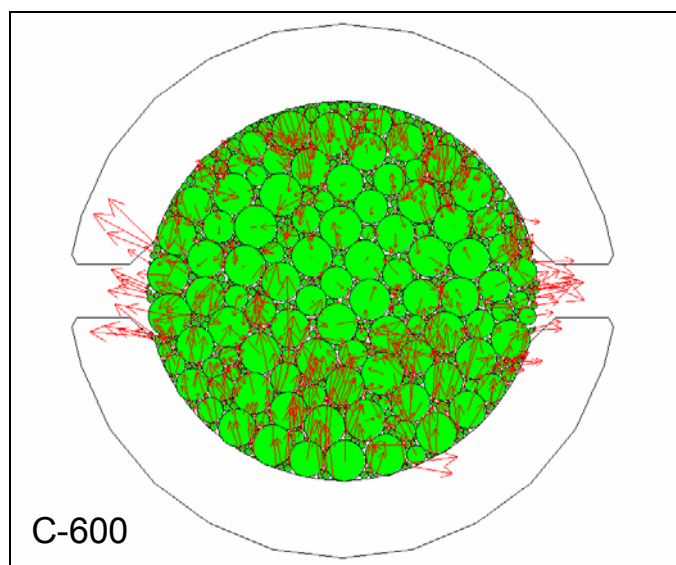
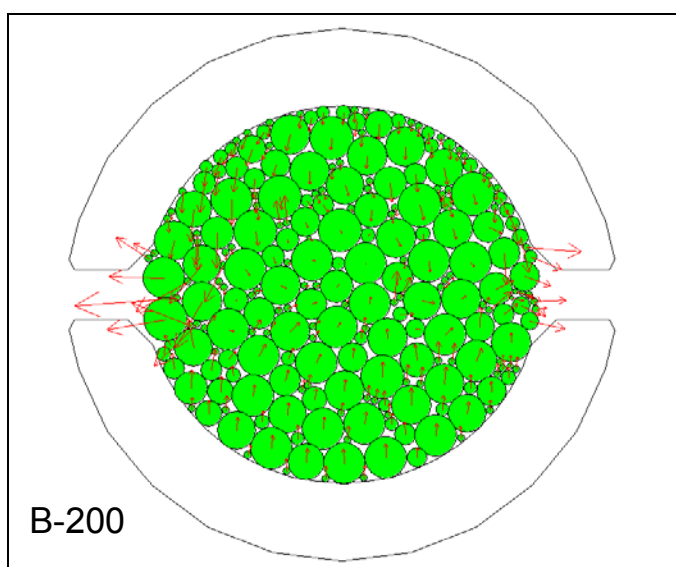
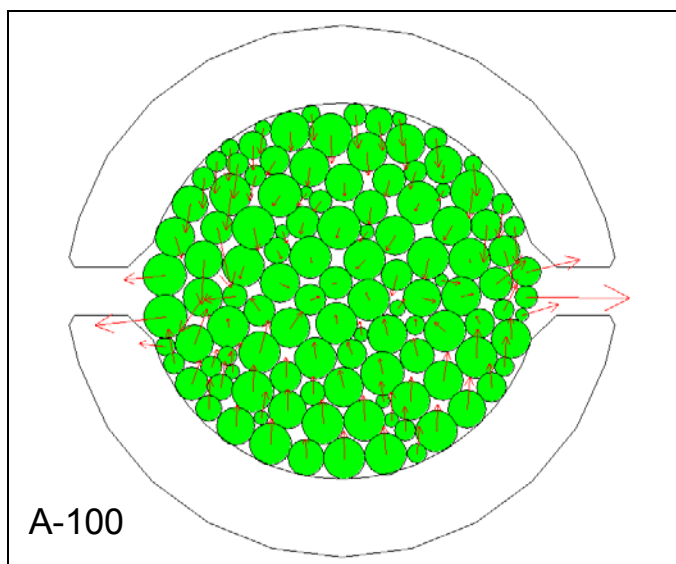
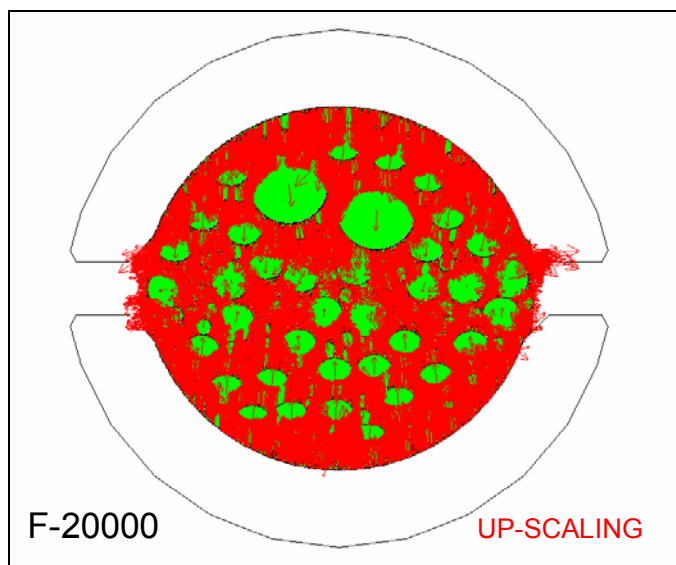
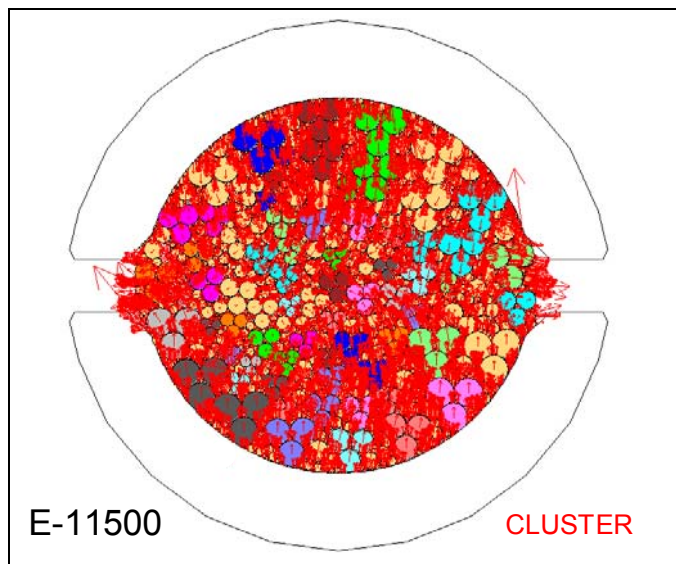
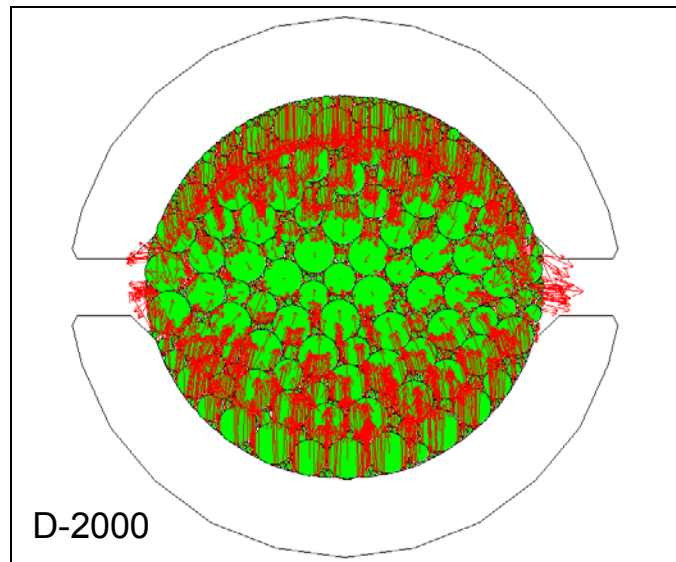


Figura 4.9: Andamento delle forze di contatto per lo scorrimento corrispondente alla stabilità





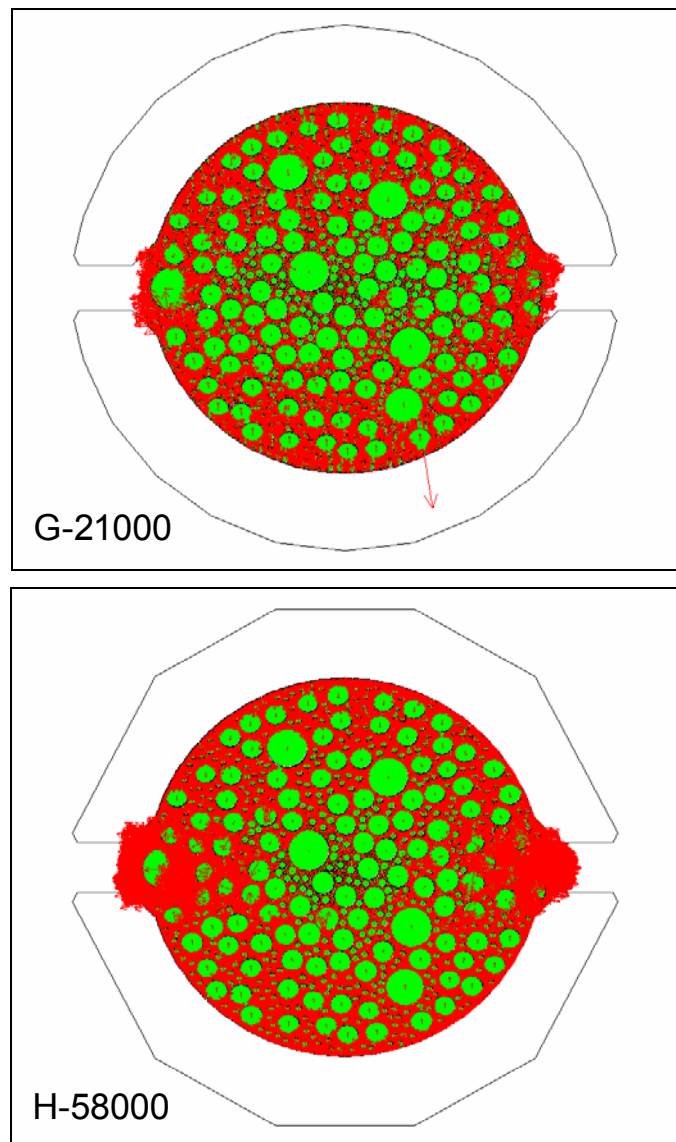


Figura 4.10: Andamento degli spostamenti interparticellari per lo scorrimento corrispondente alla stabilità

Durante la prova la forza esercitata sul provino dalla ganasce superiore ha creato uno stato tensionale che si è propagato istantaneamente nel conglomerato bituminoso. Nel corso della simulazione le piastre, comprimendo il generico modello, hanno invece generano delle forze che si sono diffuse, con velocità finita, dalle particelle a contatto con gli elementi *boundary* fino ad interessare quelle del piano orizzontale di simmetria. L'onda di forza si è quindi sviluppata nel modello con una velocità dipendente dalle rigidzze di contatto normale k_n e tangenziale k_s e dalla velocità di traslazione delle ganasce.

Al fine di avere sul piano diametrale orizzontale le forze di contatto prodotte dal carico verticale massimo esercitato dalle piastre, è stato necessario fare convergere i modelli verso la nuova condizione di equilibrio.

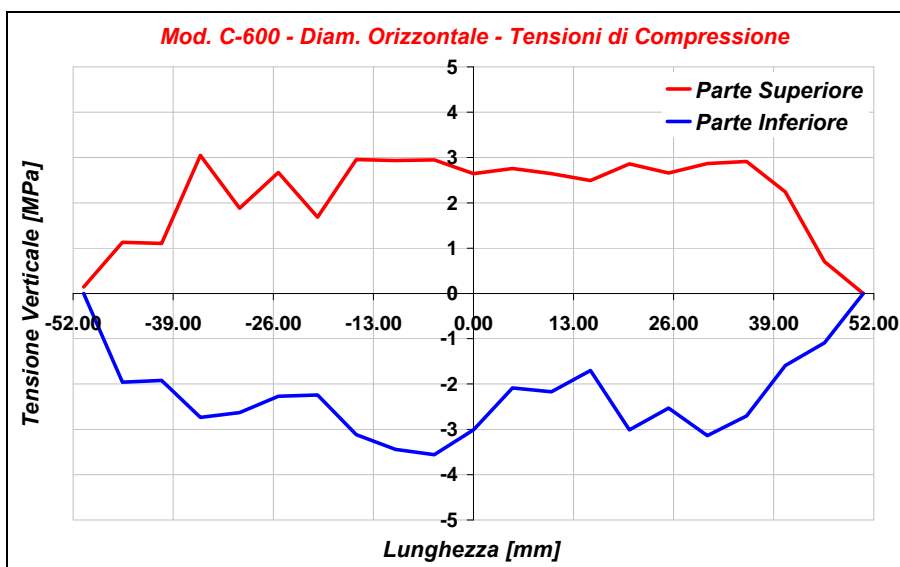
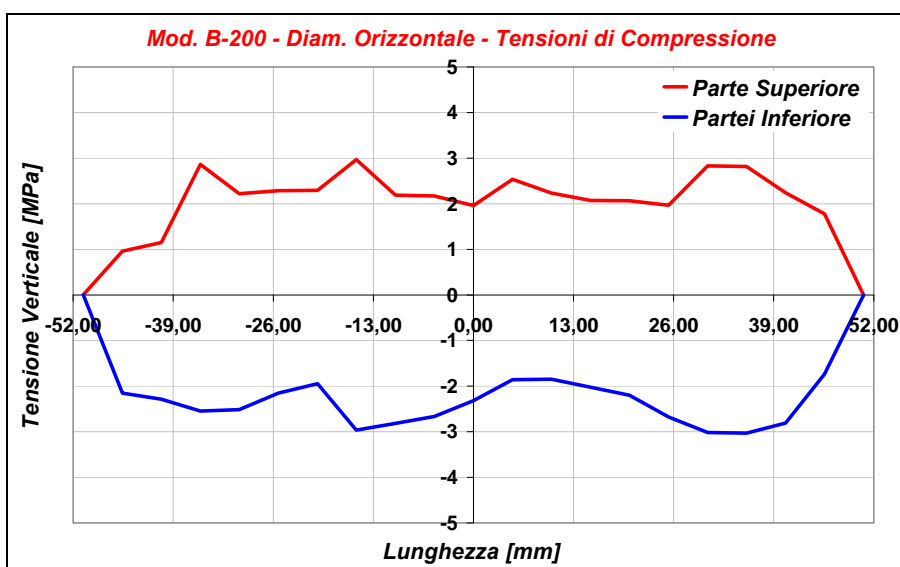
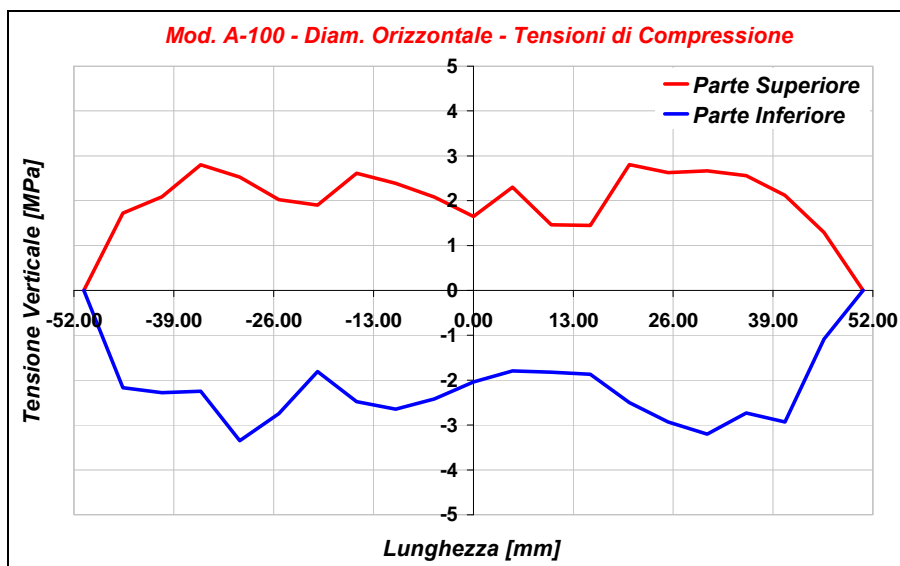
La velocità delle piastre, raggiunta la stabilità, è stata quindi opportunamente modificata durante le simulazioni per mantenere costante il valore di picco del carico delle ganasce, permettendo così alla corrispondente onda di svilupparsi dagli elementi *boundary* verso il centro del sistema.

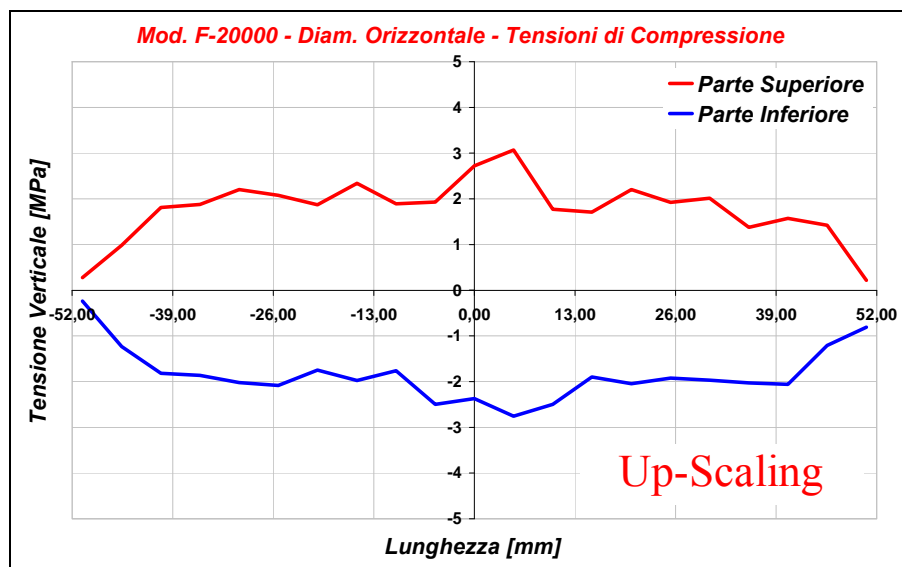
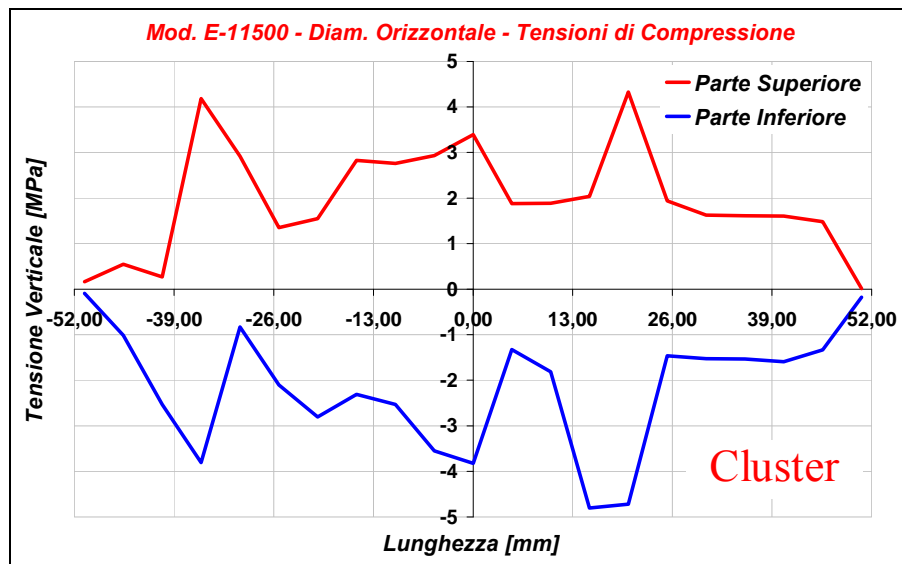
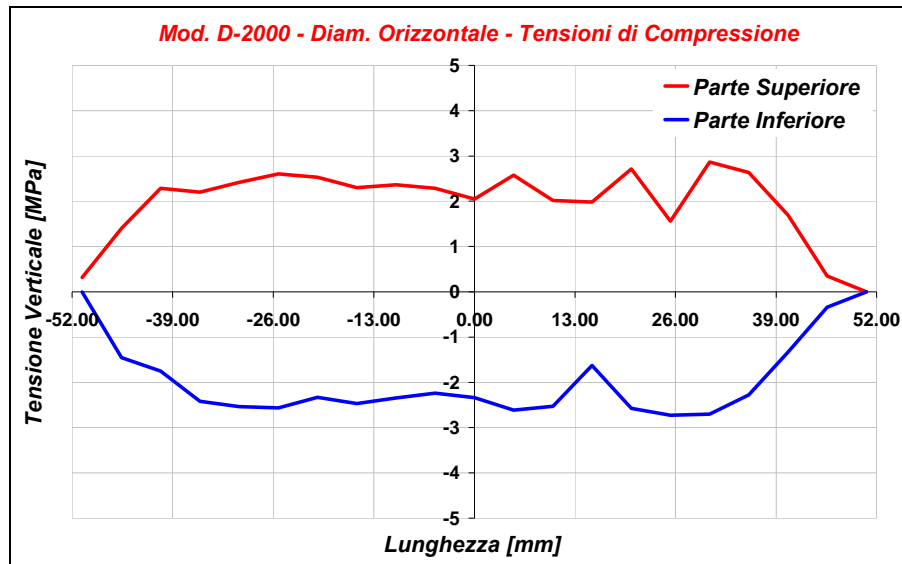
Tale procedimento ha comportato l'incremento progressivo delle forze normali agenti nel piano diametrale orizzontale, fino al completo sviluppo nel sistema della distribuzione di forze generata dalle piastre.

Per ciascun modello in equilibrio sono stati quindi tracciati gli sforzi di compressione agenti lungo il piano diametrale orizzontale e quelli di trazione agenti lungo il piano diametrale verticale (figure 4.11 e 4.12); in tabella 4.5 si indicano inoltre le tensioni medie normali, le risultanti ottenute per integrazione dei corrispondenti diagrammi e gli errori relativi sul carico massimo verticale.

Tabella 4.5: Tensioni medie normali agenti lungo i piani diametrali orizzontale e verticale

Modelli		A-100	B-200	C-600	D-2000	E-11500	G-21000	H-58000	F-20000
$D_{\text{Verticale}}$	$\sigma_{\text{Trazione media}} [\text{MPa}]$	0.40	0.63	0.56	0.83	0.98	1.94	1.92	1.88
	$F_{\text{Orizzontale}} [\text{N}]$	2541	3973	3525	5221	6193	12507	12356	11825
$D_{\text{Orizzontale}}$	$\sigma_{\text{Comp. media}} [\text{MPa}]$	2.15	2.18	2.30	2.05	2.17	2.01	1.95	1.88
	$F_{\text{Verticale}} [\text{N}]$	13870	14025	14811	13227	13957	12988	12561	12110
	$\Delta F_{\text{Verticale}} [\%]$	7.12	2.73	10.11	2.18	4.03	1.20	3.01	0.09





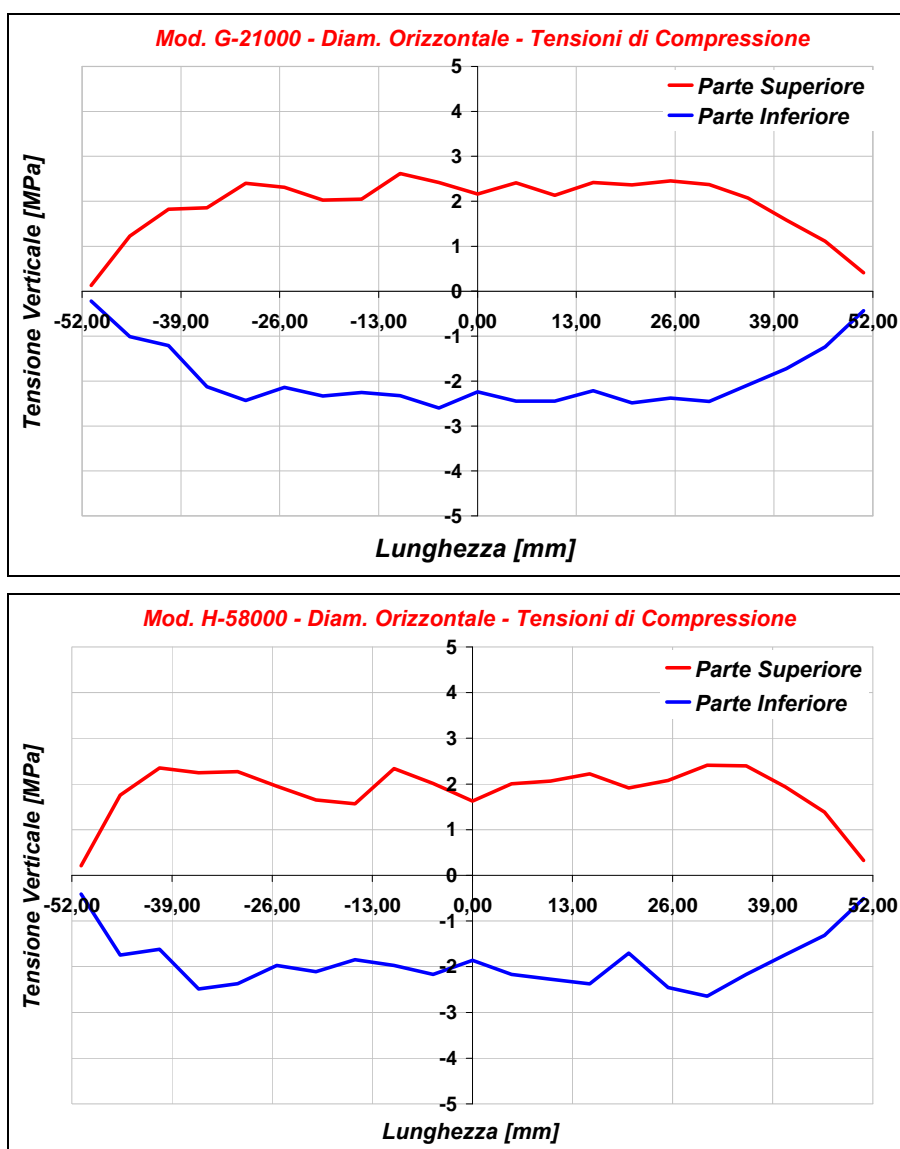
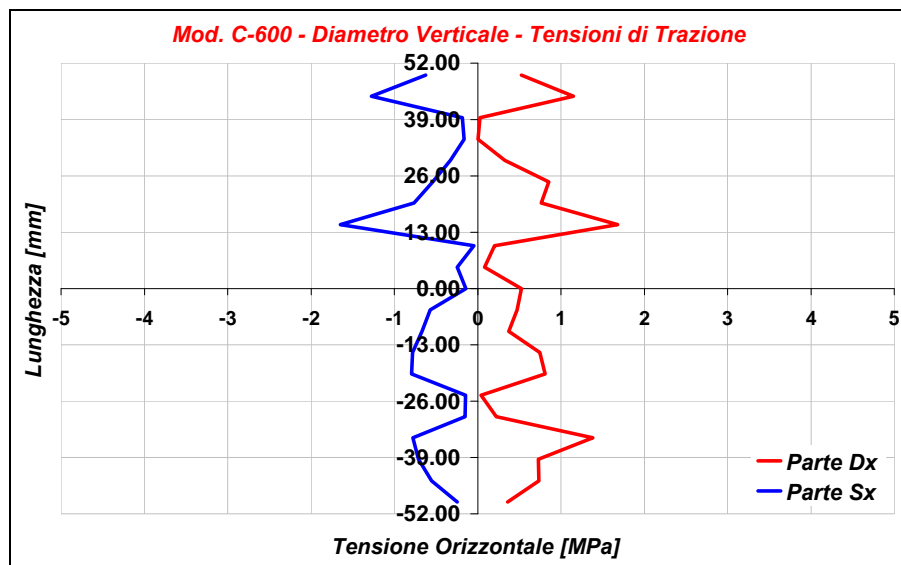
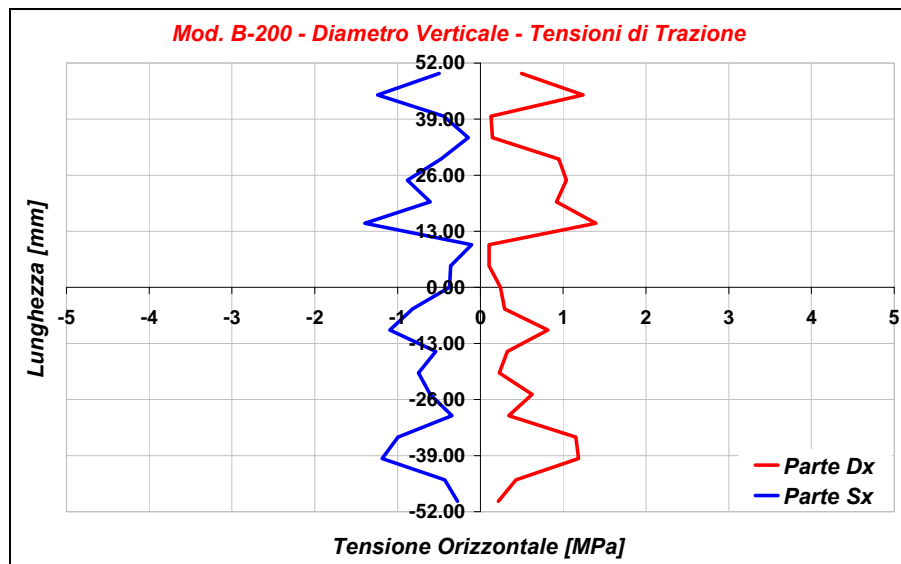
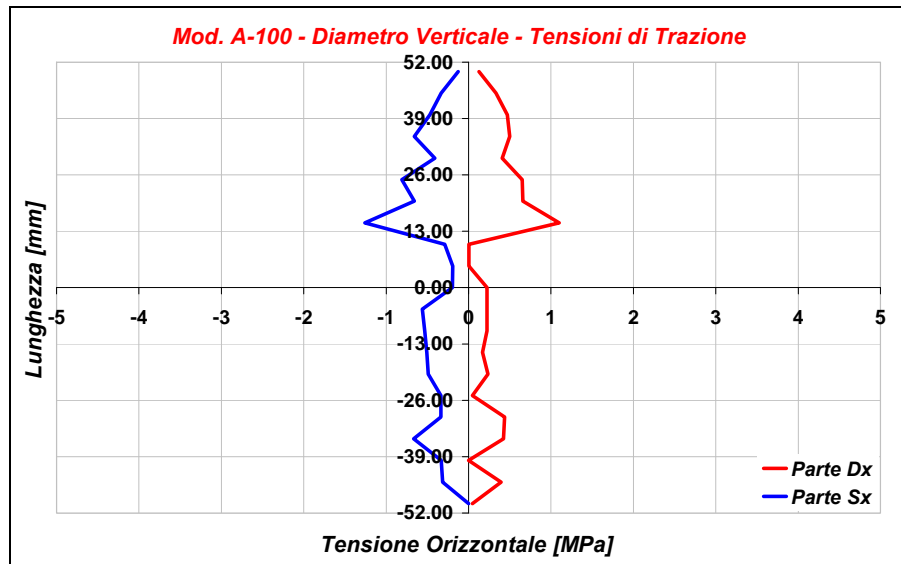
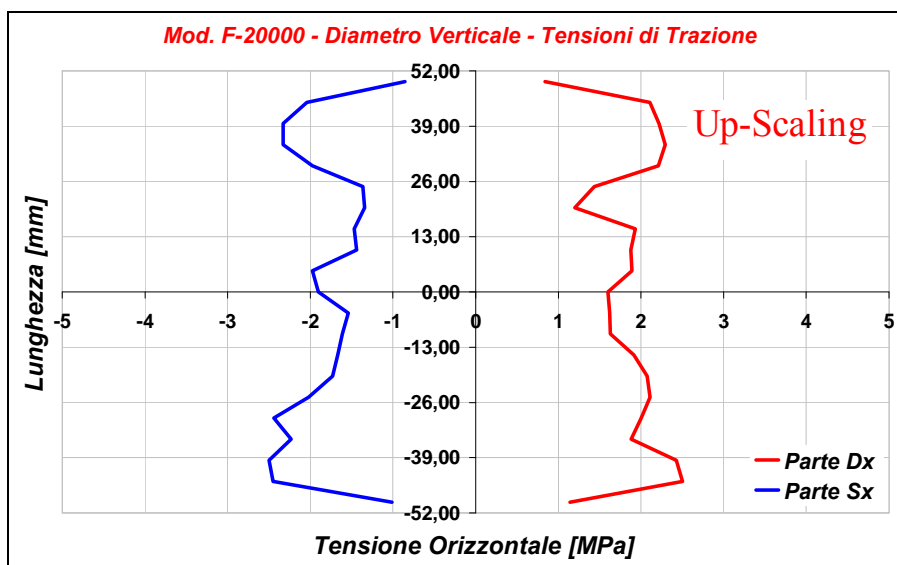
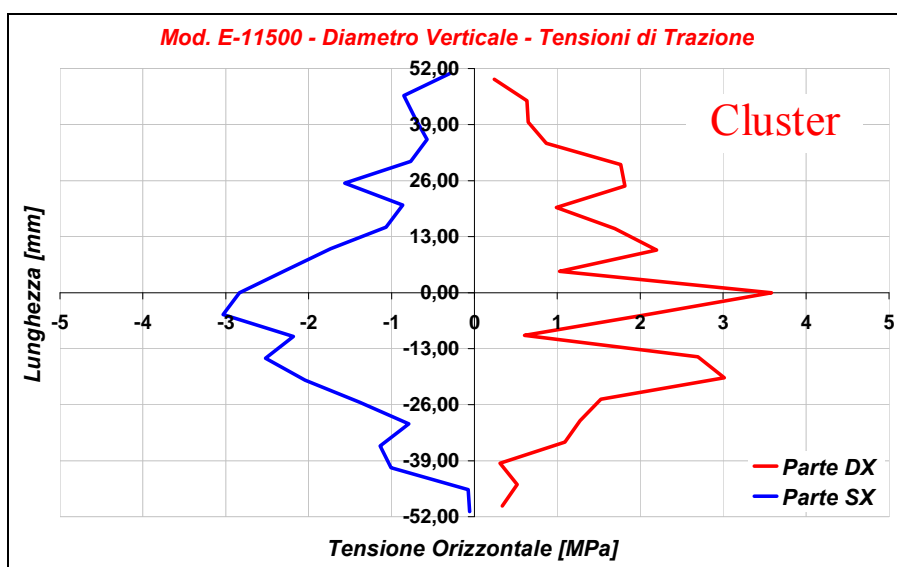
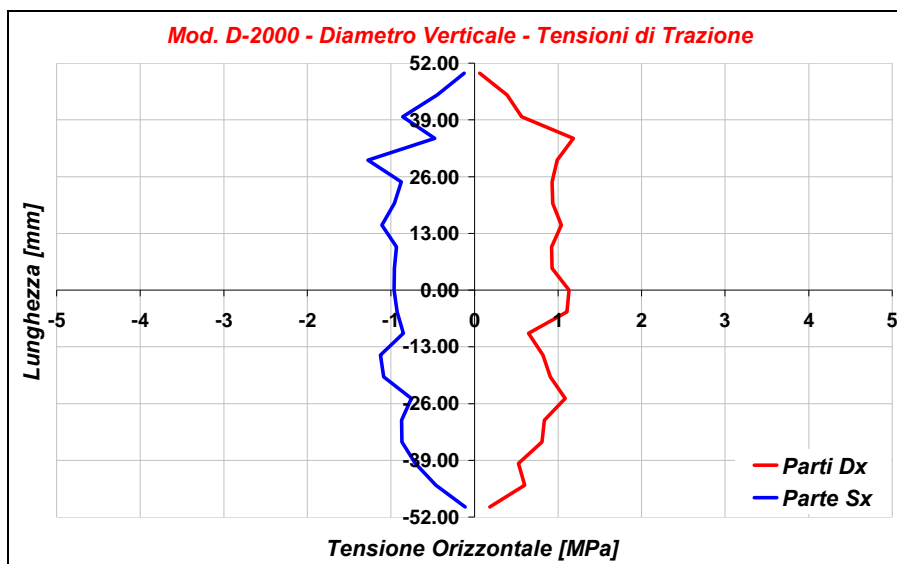


Figura 4.11: Tensioni di compressione nel piano medio orizzontale per valori di scorrimento riportati in tabella 4.5





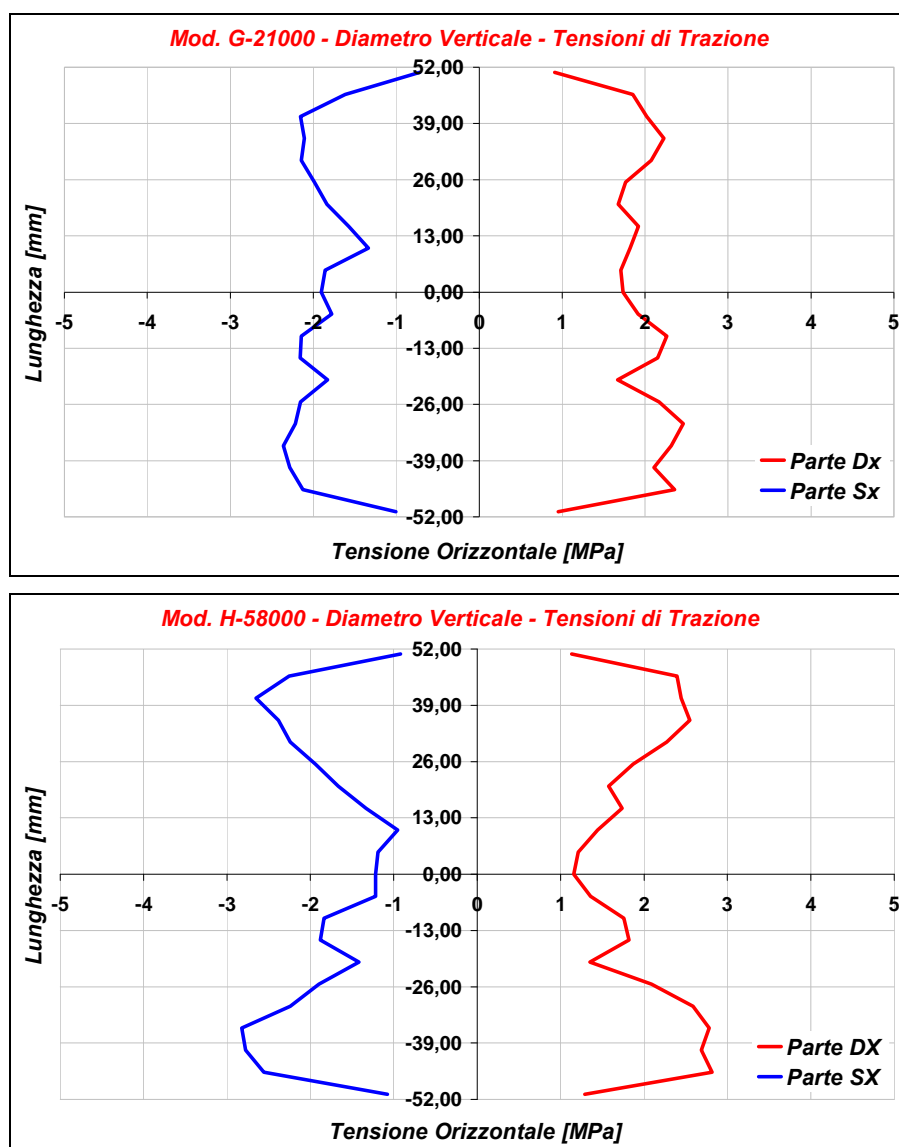


Figura 4.12: Tensioni di trazione nel piano medio verticale per valori di scorrimento riportati in tabella 4.5

5. ANALISI DEI RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

I risultati relativi alle curve carico-scorrimento dei modelli sono rappresentati in figura 4.13.

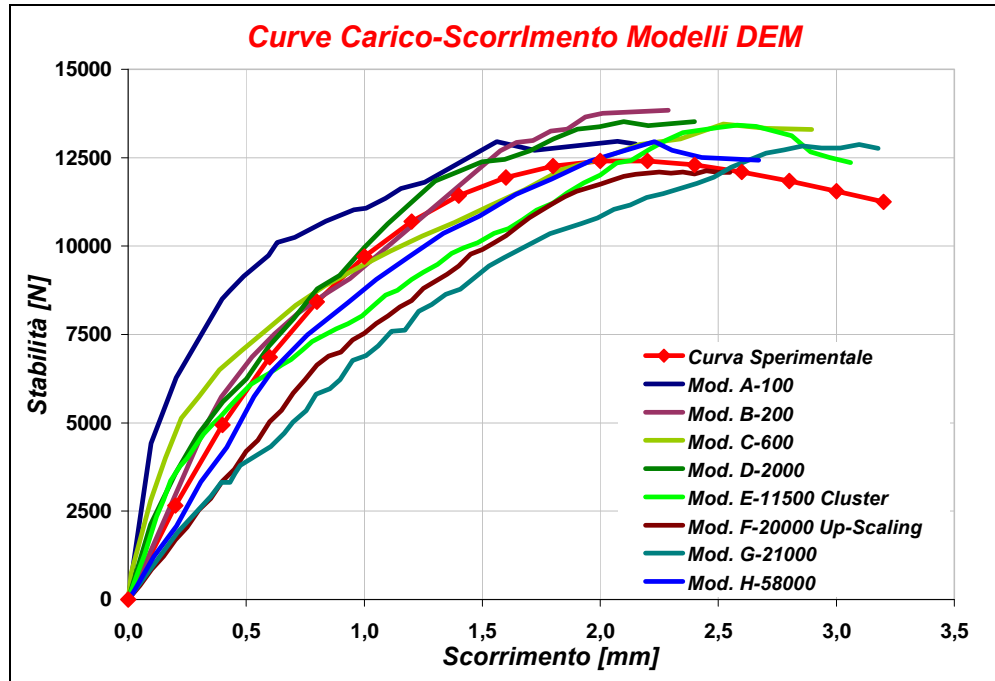


Figura 4.13: Curve carico-scorrimento

Le curve dei modelli, indipendentemente dal valore della stabilità, presentano il medesimo andamento qualitativo: si osserva un primo tratto elastico-lineare, nel quale la forza verticale esercitata dalla ganascia superiore sulle particelle è direttamente proporzionale alla deformazione verticale del provino, ed un secondo ramo visco-elastico, più o meno marcato a seconda del modello, nel quale il carico verticale aumenta in modo decrescente in funzione dello scorrimento.

I modelli, una volta raggiunta la stabilità, non manifestano un comportamento visco-plastico poiché il legame ai contatti adottato nelle simulazioni non prevede un terzo tratto nel quale il carico verticale decresce al variare della relativa deformazione.

Al fine di stabilire quale modello approssimi al meglio i risultati di laboratorio sono stati calcolati per ogni curva gli errori relativi inerenti ai seguenti parametri: il modulo del tratto elastico-lineare $\Delta E'$, l'inclinazione media $\Delta \text{tg}(\alpha)_{\text{media}}$ e lo scostamento medio ΔF_{medio} del tratto visco-elastico, la stabilità ΔF_{max} , e lo scorrimento $\Delta s(F_{\text{max}})$ (tabella 4.6 e figure 4.14 e 4.15).

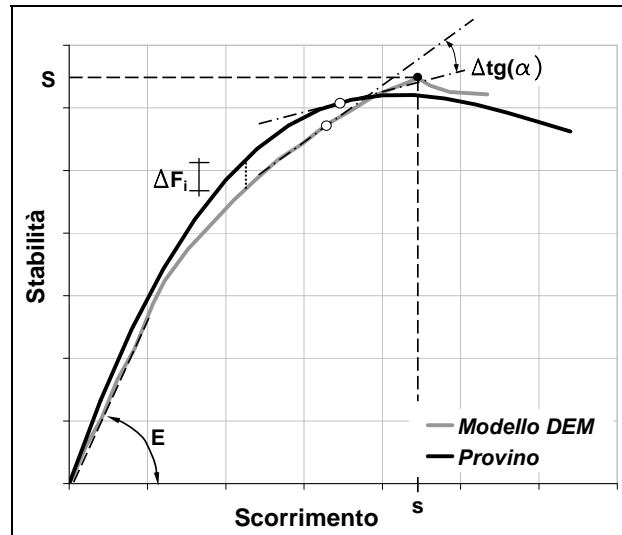


Figura 4.14: Parametri di valutazione delle curve carico-scorrimento

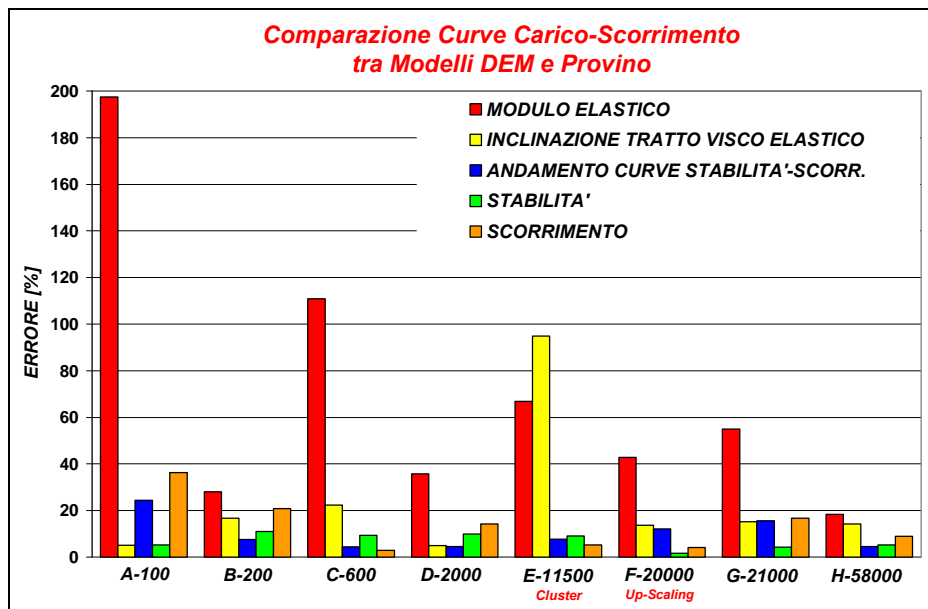


Figura 4.15: Errori relativi

Tabella 4.6: Comparazione tra la prova reale e quelle simulate col PFC^{2D}

	Provino	Modelli							
		A-100	B-200	C-600	D-2000	E-11500	G-21000	H-58000	F-20000
E' [Mpa]	945	3102	1500	2283	1573	1866	716	1061	830
$\Delta E'$ [Mpa]	-	1867	265	1048	338	631	519	174	405
$\Delta E'$ [%]	-	197,56	28,06	110,92	35,81	66,82	54,92	18,42	42,87
$Tg(\alpha)_{media}$	4668	4905	5451	1044	4900	240	3958	4001	4027
$\Delta Tg(\alpha)_{media}$	-	237	783	1044	233	4428	710	667	640
$\Delta Tg(\alpha)_{media}$ [%]	-	5,09	16,78	22,36	4,98	94,85	15,22	14,29	13,72
ΔF_{media}	-	3014	927	549	564	951	1920	566	1488
ΔF_{media} [%]	-	24,50	7,54	4,47	4,58	7,73	15,61	4,60	12,10
F_{max} [N]	12300	12948	13652	13451	13522	13416	12834	12951	12099
ΔF_{max} [%]	-	5,27	10,99	9,36	9,93	9,07	4,34	5,29	1,63
$s(F_{max})$ [mm]	2,45	1.56	1.94	2.52	2.10	2.58	2.86	2.23	2.35
$\Delta s(F_{max})$ [%]	-	36,33	20,82	2,86	14,29	5,31	16,73	8,98	4,08

Il modello A-100 presenta un modulo elastico quadruplo rispetto a quello del provino ed uno scorrimento pari al 38% di quello reale. Il modello sviluppa quindi, per una data forza verticale, delle deformazioni inferiori a quelle misurate in laboratorio, fornendo così uno scorrimento inferiore al valore minimo previsto dai capitolati pari a 2 mm.

Il modello C-600, avente modulo elastico doppio rispetto a quello del provino, sviluppa una curva con andamento lineare per valori dello scorrimento compresi tra 1.11 mm e 1.86 mm, e valori della stabilità e dello scorrimento maggiori di quelli reali.

La curva del modello B-200 presenta un andamento che approssima i risultati di laboratorio con maggiore precisione rispetto ai casi precedenti, fornendo comunque un valore dello scorrimento inferiore a 2 mm.

Il modello D-2000 presenta un primo tratto elastico-lineare simile a quello della curva reale ed un secondo tratto visco-elastico meno inclinato, ottenendo quindi una stabilità maggiore del 10% ed uno scorrimento inferiore del 15% rispetto alla prova di laboratorio.

Il modello E-11500, composto da *cluster*, fornisce una curva carico-scorrimento con tratto iniziale elastico-lineare avente una pendenza superiore al 67% rispetto a quello del provino ed un tratto visco-elastico lineare per valori dello scorrimento compresi tra 0.61 mm e 2.13 mm. Il picco della curva è traslato a sinistra del 5% e verso l'alto del 10%.

Il modello in *up-scaling* F-20000 presenta, rispetto alla curva reale, un tratto elastico-lineare meno inclinato ed un tratto visco-elastico che, al crescere dello scorrimento, si avvicina progressivamente a quello di laboratorio, individuando così un valore di picco traslato verso il basso del 1% e verso destra del 4%.

Il modello G-21000 fornisce una curva con tratti elastico-lineare e visco-elastico meno inclinati rispetto a quelli della prova, con errori del 4% sulla stabilità e del 17% sullo scorrimento; nel complesso non segue correttamente l'andamento della curva reale.

Il modello H-58000 presenta invece una curva che approssima al meglio quella del provino sia nel tratto elastico-lineare (il modulo varia del 18%) sia in quello visco-elastico (la variazione dell'inclinazione media delle curve non supera il 14% ed il loro scostamento è pari al 4%), individuando un punto di picco traslato del 5% verso l'alto e del 9% verso destra rispetto a quello reale.

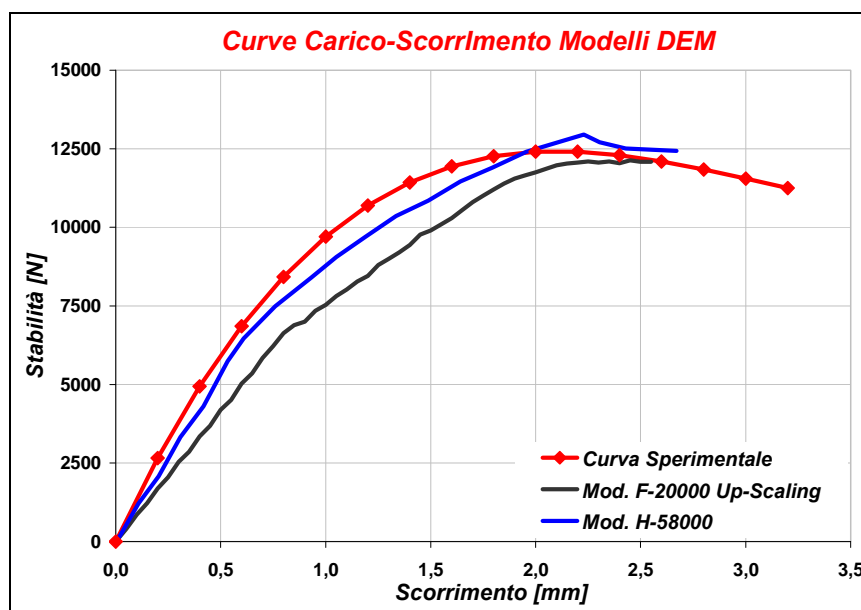


Figura 4.16: Curve carico-scorrimento per il provino ed i modelli F-20000 e H-58000

I modelli che approssimano al meglio la curva reale sia in termini di errore relativo per la stabilità e lo scorrimento, sia nella riproduzione dell'andamento della curva reale, sono quindi il H-58000 ed il F-20000 (figura 4.16).

6. CONCLUSIONI

La simulazione della prova *Marshall* con modelli *DEM* ha comportato lo studio dell'influenza delle dimensioni e del numero delle sfere sulla stabilità. E' stato osservato che quando le particelle sono in un numero sufficiente a schematizzare la maggior parte dell'assortimento granulometrico dell'aggregato, il modello mostra una curva carico-scorrimento che approssima al meglio quella reale, individuando un valore di picco all'incirca uguale.

La maggiore difficoltà è stata riscontrata nel determinare il valore corretto dei parametri microscopici a causa della mancanza di misure attendibili di alcune variabili locali come ad esempio quelle legate alle forze di contatto. Mediante modelli di questo tipo appare però possibile, per una determinata miscela di aggregati, studiare numericamente la curve che legano la stabilità, lo scorrimento e la percentuale dei vuoti alla percentuale di bitume in modo tale da stabilire la percentuale ottima del legante, e ridurre di conseguenza il numero di provini da sottoporre in laboratorio a *test* di ottimizzazione.

Un altro risvolto applicativo importante è rappresentato dalla possibilità di realizzare, previa taratura dei parametri caratteristici del conglomerato bituminoso con *test* di laboratorio a cicli ripetuti, modelli tridimensionali finalizzati allo studio del comportamento in sito come ad esempio lo studio dei fenomeni di ormaiamento e rottura per fatica che possono instaurarsi nelle pavimentazioni stradali.

CAPITOLO 5

MODELLAZIONE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI DELLA PROVA *ITSM*

1. INTRODUZIONE

Obbiettivo del presente studio è stata la modellazione numerica del test *ITSM* mediante elementi distinti particellari [31], che schematizzano il provino di conglomerato bituminoso con un insieme formato da un numero finito di sfere il cui raggio dipende dalla distribuzione granulometrica dell'aggregato lapideo. Inizialmente sono state descritte la tecnica di riproduzione della curva granulometrica del provino e la procedura di definizione, nei punti di contatto, di un legame visco-elastico semplificato per una corretta rappresentazione del comportamento del conglomerato bituminoso.

È stata successivamente mostrata la tecnica per la determinazione della distribuzione risultante delle forze di contatto prodotte nel modello, ad ogni ciclo, dalla forza verticale massima (*peak load*) e sono state determinate le tensioni normali, generate dalle forze interne al sistema, di compressione sul piano diametrale orizzontale e di trazione su quello verticale.

Per gli stati tensionali così ottenuti sono stati calcolati gli errori relativi delle risultanti sulla forza verticale massima e sono stati inoltre rappresentati i corrispondenti grafici 3D previa interpolazione con superfici delle quali è noto il coefficiente di correlazione R^2 e successiva comparazione delle distribuzioni così ottenute con quelle proposte da *J.M. Read* e *A.C. Collop* [57].

Dai diagrammi del carico verticale e della deformazione diametrale in funzione del tempo, sia per il provino sia per il modello, sono stati calcolati gli errori relativi delle seguenti grandezze: forza verticale massima, deformazione diametrale orizzontale causata dal *peak load*, modulo di rigidezza a trazione indiretta e tempo di crescita della forza impulsiva (*rise time*).

Il confronto tra le curve ha consentito di esprimere un giudizio qualitativo sul grado di approssimazione della simulazione rispetto alla prova, mentre la determinazione degli errori relativi ha permesso di darne una valutazione quantitativa soprattutto in termini di valori massimi assunti dalle diverse grandezza osservate.

2. DESCRIZIONE DEL TEST ITSM

Il test ITSM (*Indirect Tensile Stiffness Modulus*) è una prova di laboratorio non distruttiva che si esegue su provini cilindrici di conglomerato bituminoso con spessore compreso tra 30 mm e 80 mm e diametro rispettivamente di 100 mm, 150 mm o 200 mm [5].

La prova viene effettuata alla temperatura di 20°C, inserendo il provino in una apparecchiatura composta da una piastra di carico superiore e da una base d'appoggio inferiore, da un telaio orizzontale con quattro morsetti per il fissaggio del campione e due trasduttori elettrici (*LVD*T), posti diametralmente uno di fronte all'altro, per misurarne la deformazione diametrale orizzontale (figura 5.1.a).

Un sistema pneumatico collegato alla piastra superiore esercita sul provino per cinque cicli una forza verticale impulsiva con tempo di crescita (*rise time*) pari a 124 ms \pm 4 ms e valore massimo (*peak load*) tale da provocare una deformazione diametrale orizzontale di 7 μ m \pm 2 μ m per il campione con diametro di 150 mm, oppure di 5 μ m \pm 2 μ m per quello con diametro di 100 mm.

Si determina così il modulo di rigidezza a trazione indiretta S_{mi} relativo all' i -esimo ciclo con la (5.1) e quello complessivo S_m come la media aritmetica dei precedenti valori S_{mi} (5.2).

$$S_{m\ i} = \frac{L_i}{(D_i \cdot s)} \cdot (v + 0.27) \quad (5.1)$$

$$S_m = \frac{\sum_{i=1}^5 S_{m\ i}}{5} \quad (5.2)$$

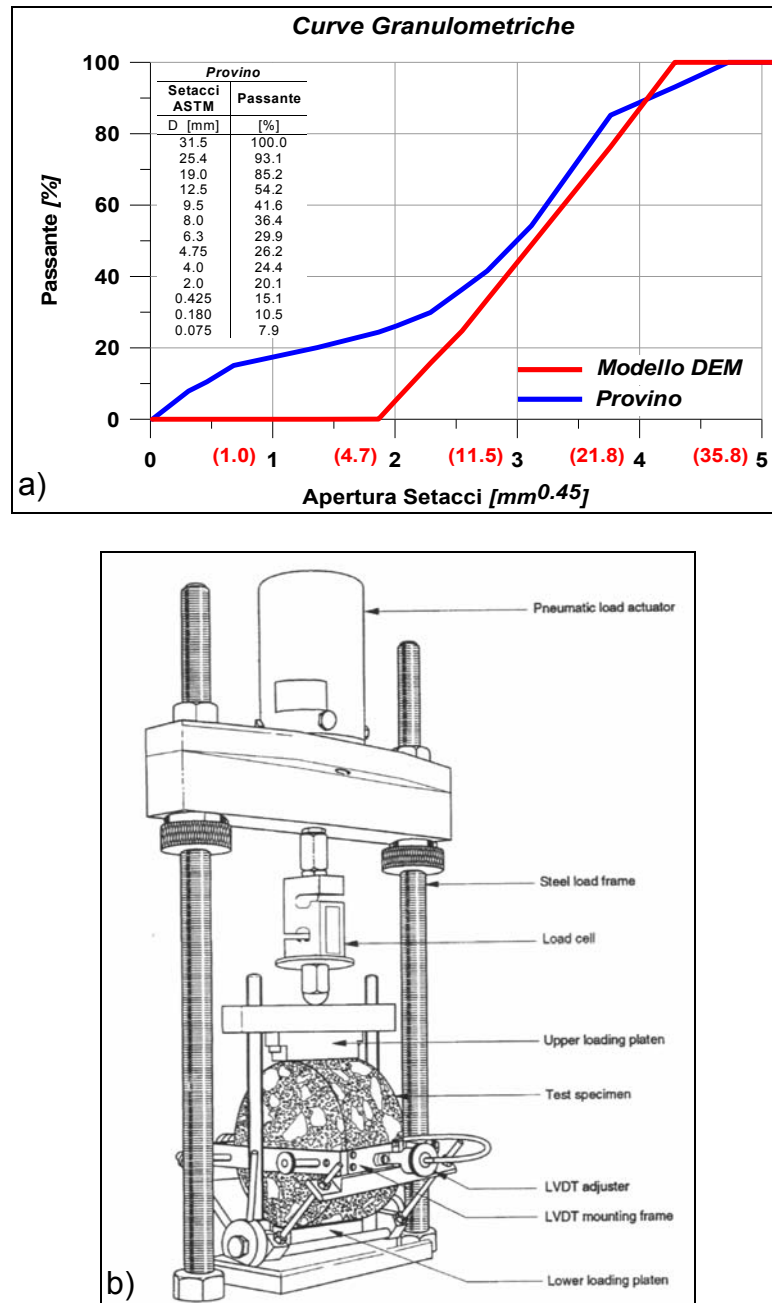


Figura 5.1: a) Apparecchiatura per la determinazione dell'*ITSM* – b) Curve granulometriche del provino e del modello

Il modulo di rigidezza S_{mi} dipende dallo spessore medio s del campione, dal valore massimo L_i della forza verticale, dalla corrispondente deformazione diametrale orizzontale D_i e dal coefficiente di *Poisson* ν del conglomerato bituminoso.

La prova *ITSM* permette quindi di determinare in laboratorio il valore di un modulo di rigidezza che è maggiormente rappresentativo, rispetto alla stabilità *Marshall* ed al modulo complesso ottenuto col *Creep test*, del comportamento del conglomerato sottoposto ad azioni dinamiche.

3. LA MODELLAZIONE DEL PROVINO

3.1. Definizione della geometria del modello

Il provino reale utilizzato nel *test ITSM* ha forma cilindrica con diametro di 150 mm e spessore pari a 55 mm, è costituito da una miscela contenente il 4.6% di bitume 70/100 ed una curva granulometrica tipica di uno strato di base (figura 5.1.b).

Si è cercato di riprodurre la distribuzione granulometrica dell'inerte con la tecnica *explosive repulsion* [31] all'interno di un solido cilindrico, formato da elementi *boundary*, avente le stesse dimensioni del provino (figura 5.2.a).

Tale tecnica consiste nella generazione di un numero finito di elementi appartenenti al solido di confinamento e nel progressivo incremento del loro raggio fino a quando tutte le particelle non entrano reciprocamente in contatto.

Il sistema, al fine di eliminare le forze repulsive nei punti di contatto e realizzare quindi l'equilibrio del modello, è stato detensionato reiterando l'operazione di annullamento delle grandezze cinematiche e dinamiche delle particelle, che ha causato la conseguente diminuzione progressiva delle forze non bilanciate e di contatto.

Con la tecnica *explosive repulsion* è stato realizzato un modello formato da 2500 elementi (figura 5.2.b).

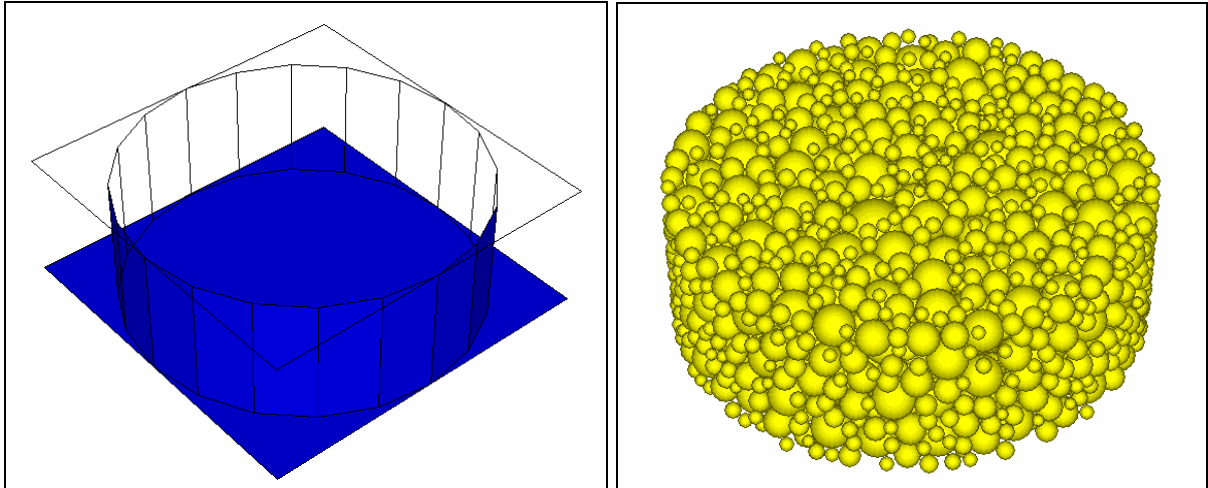


Figura 5.2: a) Solido di confinamento laterale – b) Particelle contenute nel solido cilindrico

3.2. Definizione del modello di legame

Il comportamento visco-elastico del conglomerato bituminoso è stato modellato definendo nei punti di contatto il *Burger's model*, secondo cui lo spostamento relativo di ogni coppia di particelle è governato da un sistema formato da una prima coppia molla-ammortizzatore in serie associata ad una seconda coppia molla-ammortizzatore in parallelo (figura 5.3).

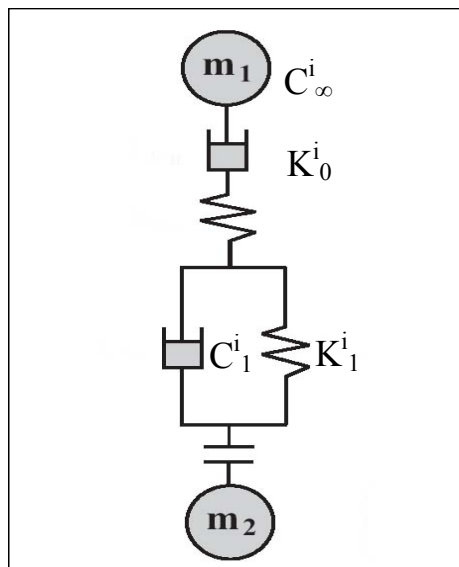


Figura 5.3: Schematizzazione del modello di *Burger*

Le rigidezze di contatto normale k_n e tangenziale k_s sono state quindi espresse in funzione del tempo di carico t secondo la seguente formula:

$$k_i = \left[\frac{1}{K_0^i} + \frac{t}{C_\infty^i} + \frac{1}{K_1^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^i}} \right) \right]^{-1} \quad (5.3)$$

$$\tau^i = \frac{C_1^i}{K_1^i} \quad (5.4)$$

Nelle relazioni (5.3) e (5.4) per l' i -esima direzione (normale n o tangenziale s), K_0^i e K_1^i sono le costanti elastiche della molla in serie e di quella in parallelo, C_∞^i e C_1^i sono le costanti di smorzamento viscoso dell'ammortizzatore in serie e di quello in parallelo, mentre τ^i è il tempo di rilascio [14].

I valori delle resistenze normale b_n e tangenziale b_s sono stati assunti pari a 10^{10} N, per garantire la conservazione dei legami di contatto e permettere al modello di sviluppare il comportamento visco-elastico semplificato sia nelle fasi di carico che in quelle di scarico.

Per una corretta modellazione della prova i valori dei parametri di *Burger* sono stati determinati avendo calcolato le rigidezze k_n e k_s con le equazioni (5.5) e (5.6) in funzione del modulo di deformazione volumica K' , del modulo di elasticità tangenziale G' e del coefficiente di *Poisson* n , in base all'ipotesi secondo la quale negli istanti iniziali del *test* il materiale presentava un modulo di *Young* (E') simile in valore allo *Stiffness modulus* (S_m) [16].

$$k_n = K' \frac{4\pi \sum R^2}{(1-n)\Sigma R \Sigma L} \quad (5.5)$$

$$k_s = G' \frac{8\pi \sum R^2}{(1-n)\Sigma R \Sigma L} - k_n \quad (5.6)$$

Nelle equazioni (5.5) e (5.6) oltre alle grandezze definite in precedenza figurano la porosità (n) e le sommatorie ΣL , ΣR , ΣR^2 , rispettivamente della distanza L tra i centri di due sfere in contatto e del raggio R della generica particella.

In tabella 5.1 si riportano, per il provino alla temperatura di 20°C, i valori della densità (ρ), del coefficiente di *Poisson* (ν), del modulo di deformazione volumica (K'), del modulo elastico (E') e del modulo di elasticità tangenziale (G').

Per il modello di *Burger* figurano invece in tabella 5.2 i corrispondenti valori delle rigidezze e dei parametri delle molle e degli ammortizzatori del sistema.

Tabella 5.1: Parametri del provino alla temperatura di 20°C

ρ [Kg/m ³]	ν	K' [MPa]	E' [MPa]	G' [MPa]
2322	0.30	5800	8000	3150

Tabella 5.2: Rigidezze e parametri del modello di *Burger* alla temperatura di 20°C

Rigidezza di contatto normale				
k_n MN/m	K^n_0 MN/m	K^n_1 MN/m	C^n_∞ MNs/m	C^n_1 MNs/m
$8.9 \cdot 10^6$	$8.9 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^4$	$1.0 \cdot 10^{+10}$	$1.0 \cdot 10^{+10}$
Rigidezza di contatto tangenziale				
k_s MN/m	K^s_0 MN/m	K^s_1 MN/m	C^s_∞ MNs/m	C^s_1 MNs/m
$8.9 \cdot 10^6$	$8.9 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^{+3}$	$1.0 \cdot 10^{+9}$	$1.0 \cdot 10^{+9}$

Tra le particelle dell'aggregato è stato definito un coefficiente di attrito microscopico m_b di 0.6 corrispondente ad un angolo di attrito interno macroscopico (j) di 32°, effettivamente posseduto dalla miscela.

La piastra di carico superiore e la base d'appoggio sono state modellate con elementi *boundary* dotati di un coefficiente di attrito acciaio-particelle nullo e di rigidezze nei punti di contatto rappresentative dell'acciaio (figura 5.4).

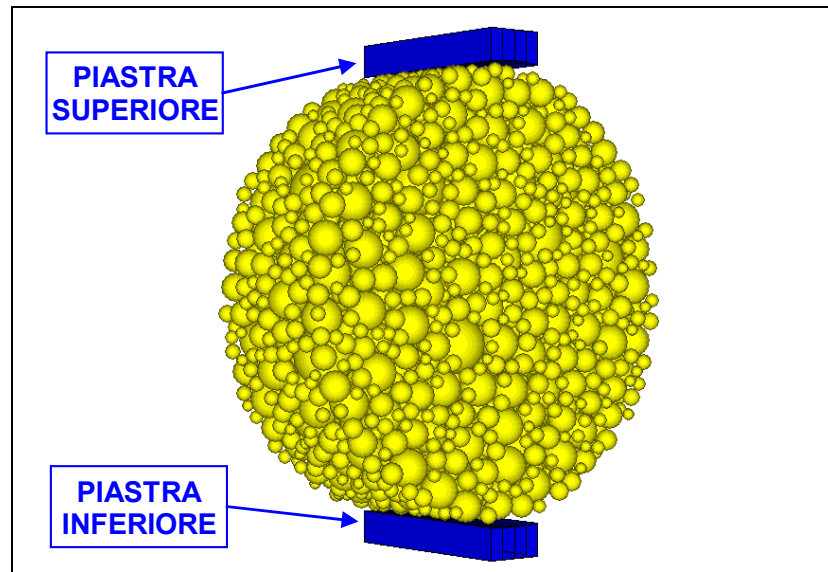


Figura 5.4: Schematizzazione delle piastre mediante elementi *boundary*

4. LA SIMULAZIONE DELLA PROVA

La simulazione della prova è stata eseguita conferendo alla piastra superiore una velocità diretta verticalmente verso il basso con modulo tale da sviluppare ad ogni ciclo, in un intervallo temporale di circa 124 ms, quel valore del carico impulsivo che causa nel provino una deformazione diametrale orizzontale di 5 μm .

I valori della velocità (tabella 5.3) sono stati quindi calcolati reiterando il diagramma di flusso di figura 5.5 nel quale la velocità stessa ed il coefficiente di smorzamento locale sono parametri discriminanti che influenzano contemporaneamente sia l'entità della forza verticale che il tempo di carico.

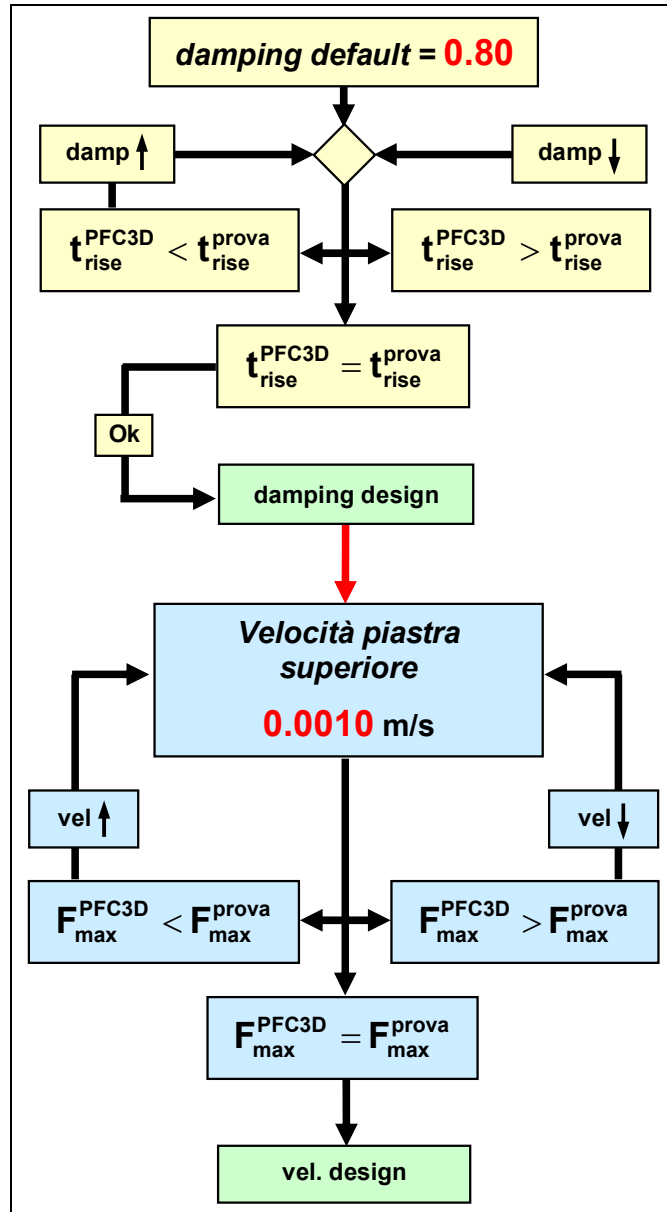


Figura 5.5: Diagramma di flusso per *damping* e velocità

Tabella 5.3: Velocità nei cinque cicli di carico

Ciclo di carico	Velocità piastra superiore [m/s]
I	0.027
II	0.013
III	0.013
IV	0.014
V	0.006

A differenza del provino nel quale lo stato tensionale indotto dalla forza verticale si sviluppa istantaneamente in tutti i punti del sistema, lo spostamento relativo della piastra superiore genera delle forze che, nel modello, si propagano verso il basso attraverso i punti di contatto con velocità finita.

Tale fenomeno imputabile alla tecnica di soluzione del sistema di equazioni non lineari, cresce all'aumentare del numero di elementi costituenti il modello.

Al fine di conservare lo stato deformativo del sistema durante la propagazione delle forze di contatto generate dal *peak load*, il modello è stato confinato lateralmente con elementi *boundary* così disposti: una coppia di piani verticali più un anello laterale nella prima fase, una coppia di piani verticali a contatto col piano diametrale orizzontale in sostituzione degli elementi *boundary* laterali nella seconda fase (figure 5.6.a e 5.6.b).

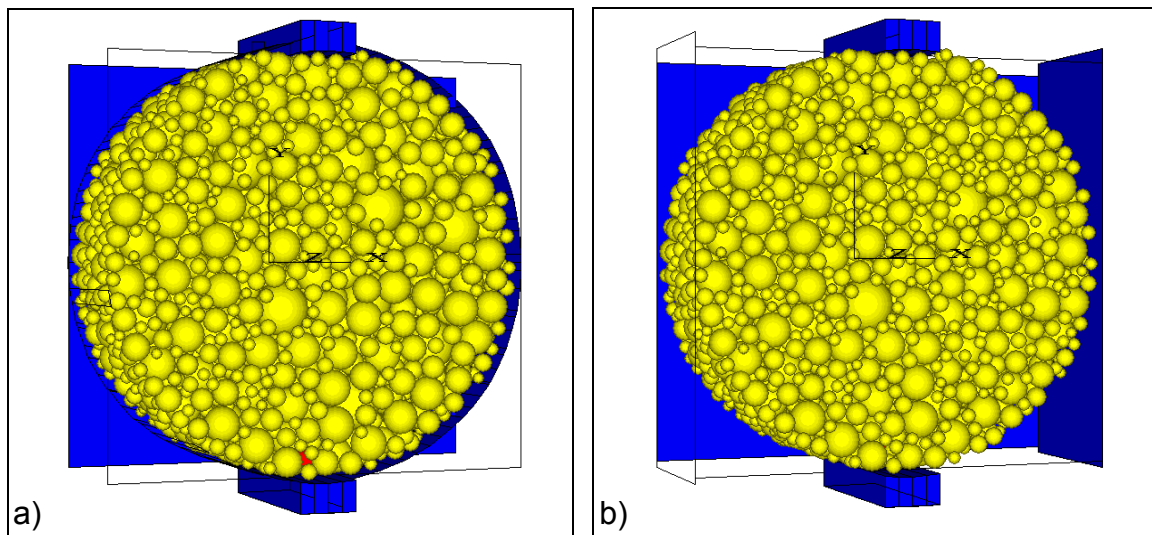


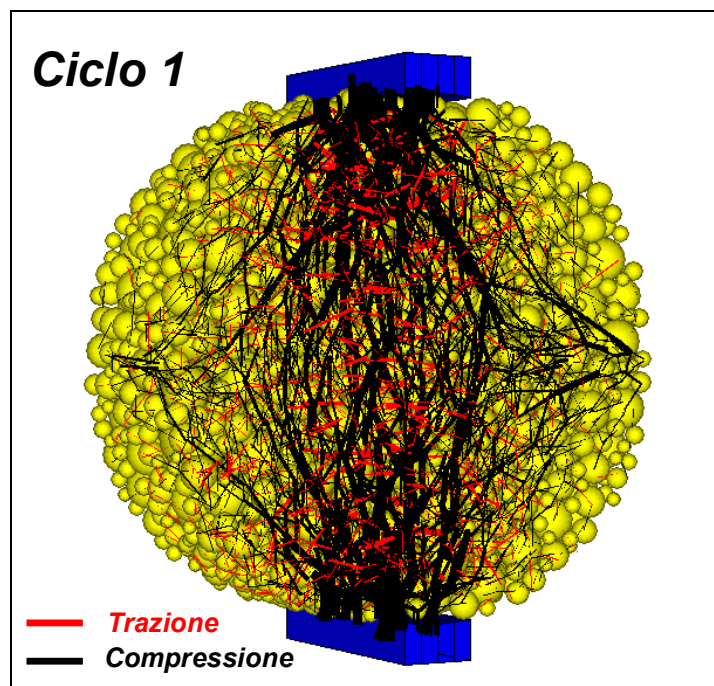
Figura 5.6: a) Coppia di piani verticali con anello laterale - b) Doppia coppia di piani verticali

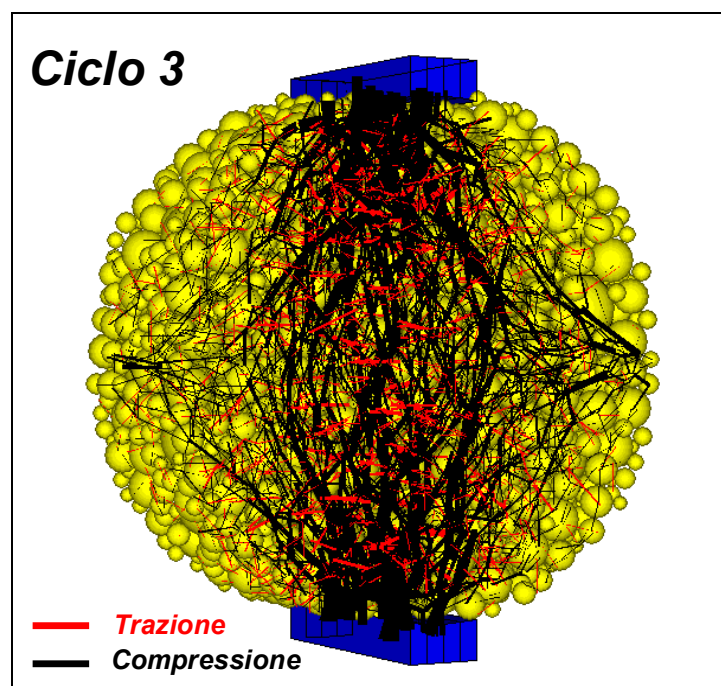
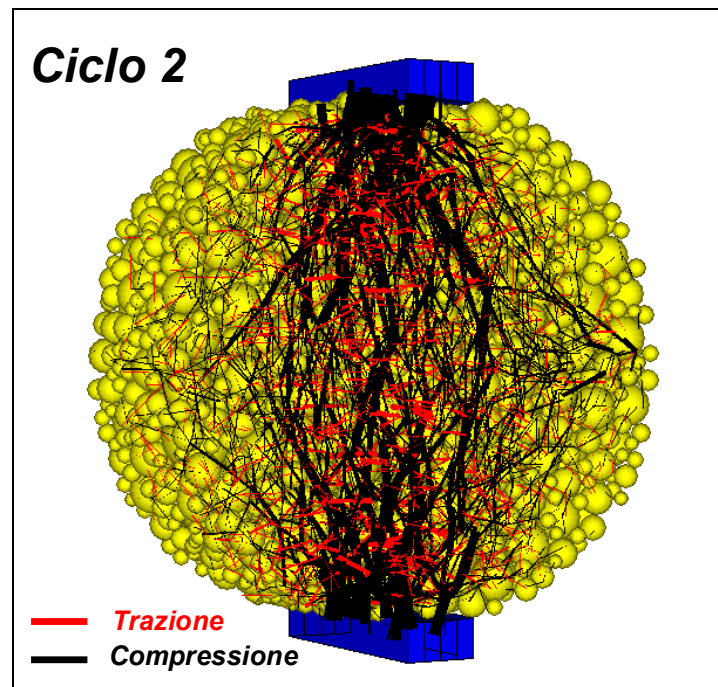
Bloccando gli spostamenti degli elementi adiacenti ai box di confinamento, si riducono così i tempi di propagazione delle forze senza modificarne la distribuzione, poiché essa dipende dalla forza verticale massima esercitata dalla piastra superiore e dalle rigidzze definite nei punti di contatto.

Il primo *box* di confinamento ha permesso, durante la propagazione delle forze di contatto, la conservazione della posizione delle particelle costituenti la frontiera del modello ed il raggiungimento, seppure con qualche approssimazione, di una forza risultante sulla piastra inferiore pari al 85% di quella necessaria a garantire l'equilibrio a traslazione verticale.

Il secondo *box* di confinamento ha consentito invece, nella fase finale di propagazione di tale onda, di vincolare la deformazione diametrale orizzontale fino al raggiungimento di una condizione di equilibrio rappresentata dall'uguaglianza tra la forza verticale agente sulla piastra inferiore e quella risultante sulla piastra superiore.

Tale procedimento ha consentito di tracciare, per ciascun ciclo di carico, in corrispondenza del *peak load*, la distribuzione delle forze di contatto interne al sistema (figura 5.7).





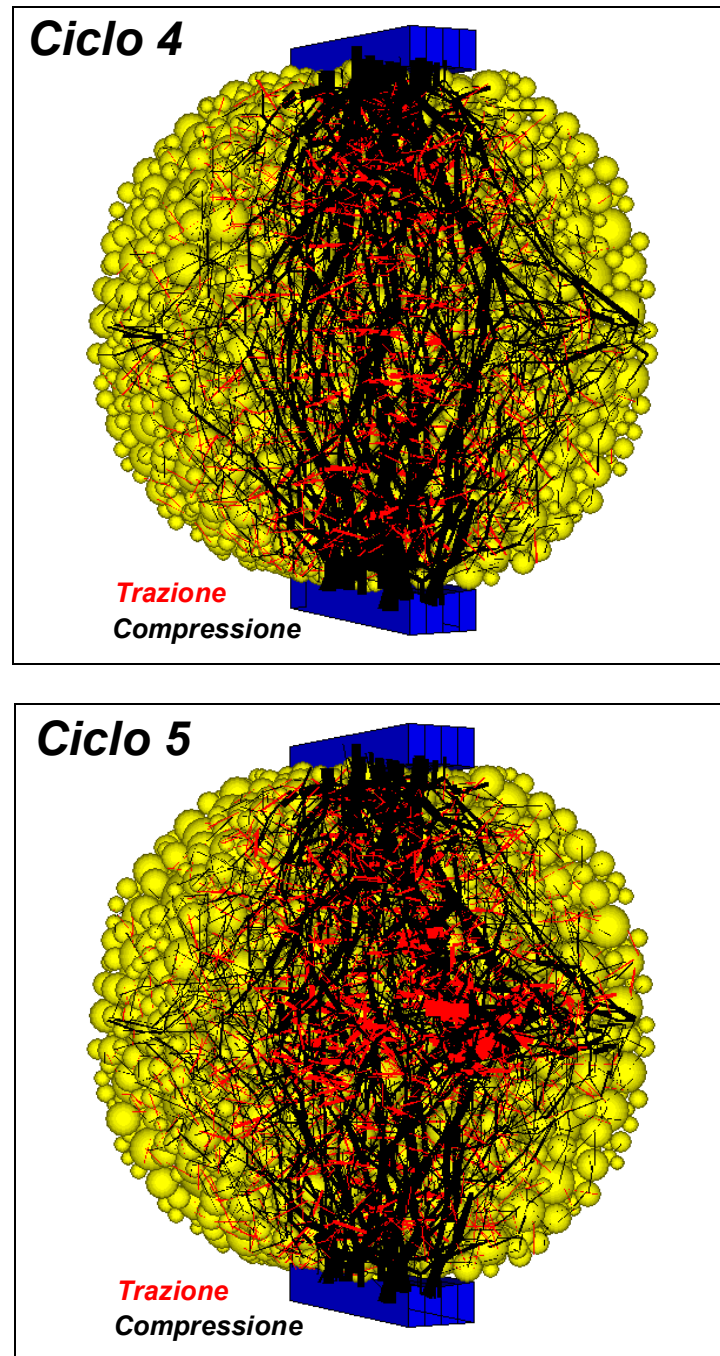


Figura 5.7: Distribuzione delle forze di contatto nel modello

Al fine di determinare le tensioni normali generate sui piani diametrali orizzontale e verticale da queste forze, sono stati applicati in doppia fila, in corrispondenza di tali giaciture, degli elementi misuratori di forma parallelepipedica (figure 5.8.a, 5.8.b e 5.8.c) che definiscono la singola tensione come valore, mediato sull'area, della sommatoria delle componenti ortogonali al piano delle forze contenute nel generico solido misuratore.

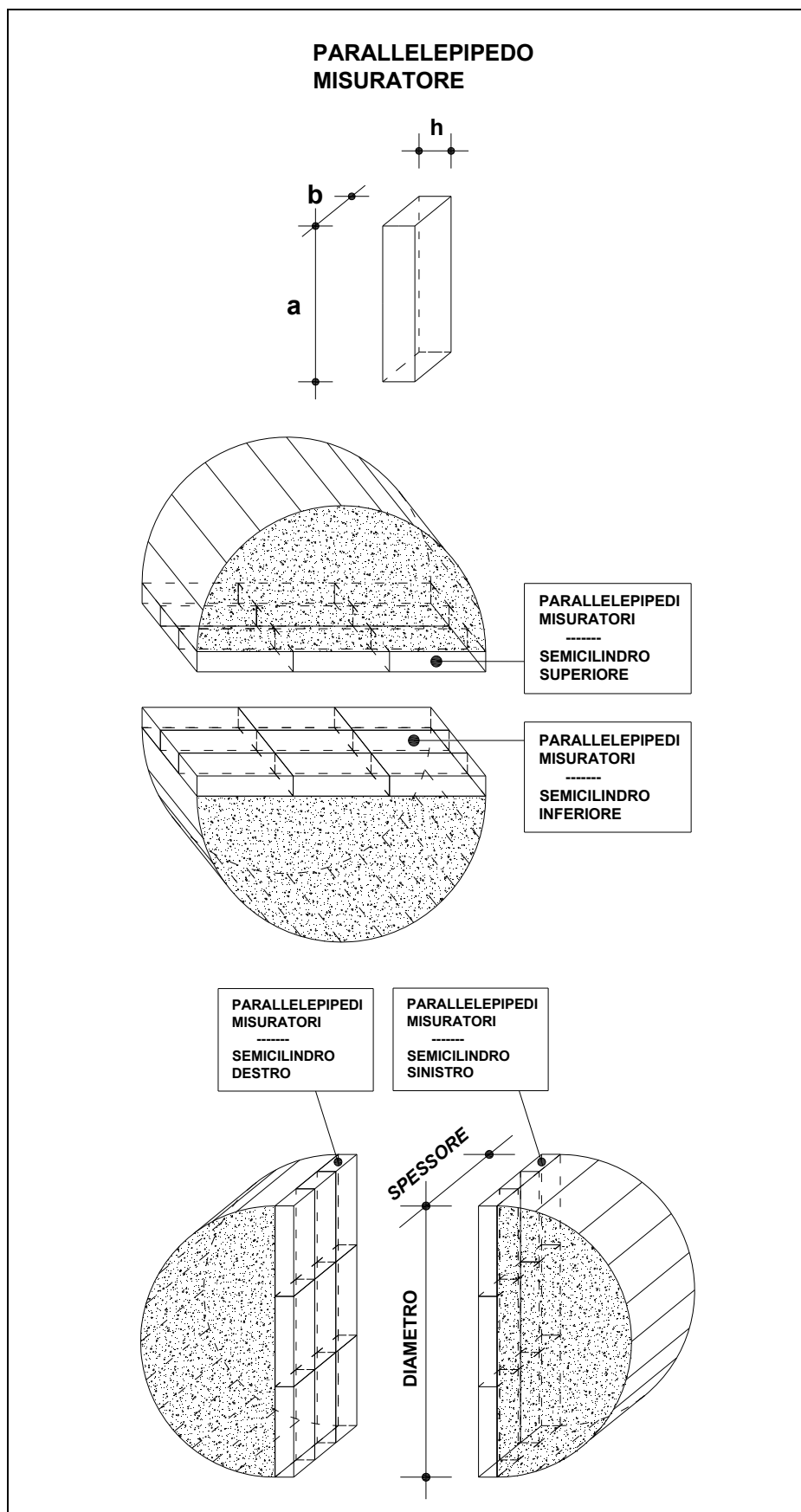


Figura 5.8: Parallelepipedi misuratori

Questa procedura ha permesso di correlare lo stato forze-deformazioni necessario per una corretta descrizione meccanica del materiale granulare con il corrispondente stato tenso-deformativo che caratterizzerebbe il modello in esame qualora venisse pensato, secondo un approccio di tipo tradizionale, come un mezzo continuo non costituito da elementi discreti.

I valori puntuali di tali sforzi, prodotti in ciascun piano diametrale dalle forze di contatto, sono stati interpolati con una superficie, per studiarne l'andamento nello spazio, della quale è stato calcolato il coefficiente di correlazione R^2 indicativo dell'attendibilità della regressione [1].

Per l'interpolazione delle tensioni di compressione agenti sul piano diametrale orizzontale è stata adottata una superficie esponenziale di equazione (5.7) mentre per l'interpolazione delle tensioni di trazione agenti sul piano diametrale verticale è stata usata una superficie a sella di equazione (5.8) [52].

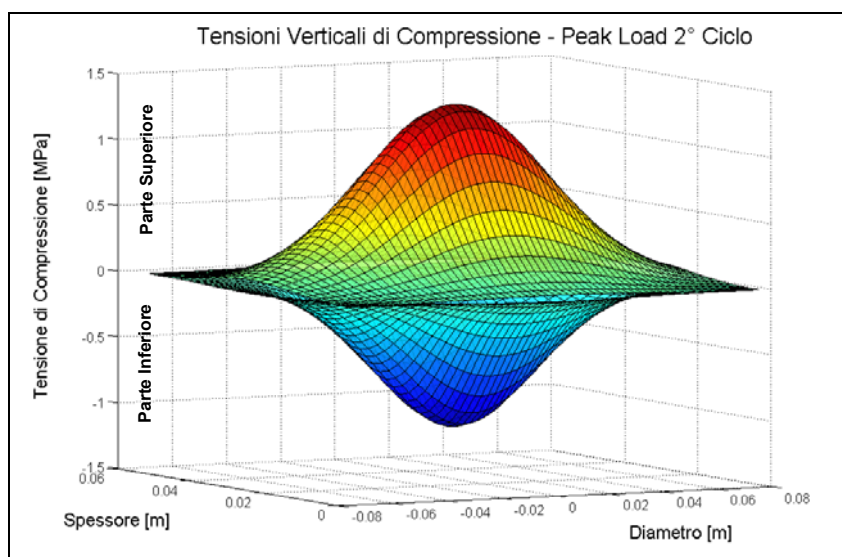
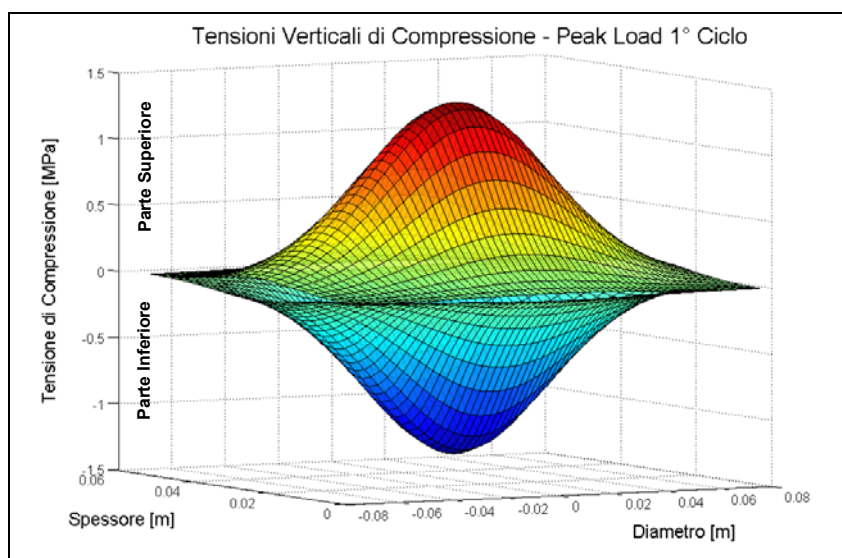
$$\sigma_{comp} = \frac{A}{e^{(B+C \cdot x + D \cdot (z-0.0275))}} \quad (5.7)$$

$$\sigma_{traz} = \frac{A \cdot (y - 0.075)}{B + C \cdot (y - 0.075)^2 + D \cdot (x + 0.0275)^2} \quad (5.8)$$

Nelle (5.7) e (5.8) A , B , C e D sono costanti delle equazioni, l'asse delle x è quello diametrale orizzontale, l'asse delle y è quello diametrale verticale ed infine l'asse delle z è quello orizzontale ed ortogonale al piano x - y . Per ciascun ciclo di carico i coefficienti della generica famiglia di superfici sono stati determinati per tentativi fino all'individuazione di quelle superfici che rendono massimo il valore del coefficiente di correlazione, ossia approssimano al meglio i risultati della modellazione numerica.

Sono stati quindi calcolati, ad ogni ciclo per la forza verticale massima, sia sul piano diametrale orizzontale sia su quello verticale, le tensioni generate dalle forze di contatto contenute in ciascun semicilindro in cui risulta essere diviso il modello ad opera delle giaciture stesse; la giacitura orizzontale individua un semicilindro superiore ed uno inferiore, mentre quella verticale ne definisce invece uno di destra ed uno di sinistra.

Ciascun semicilindro produce così uno stato tensionale sulla relativa giacitura del quale è stata calcolata la forza risultante, l'errore relativo sul carico massimo impulsivo ed il valore del coefficiente di correlazione R^2 associato alla superficie di regressione (figure 5.9 e 5.10 e tabella 5.4).



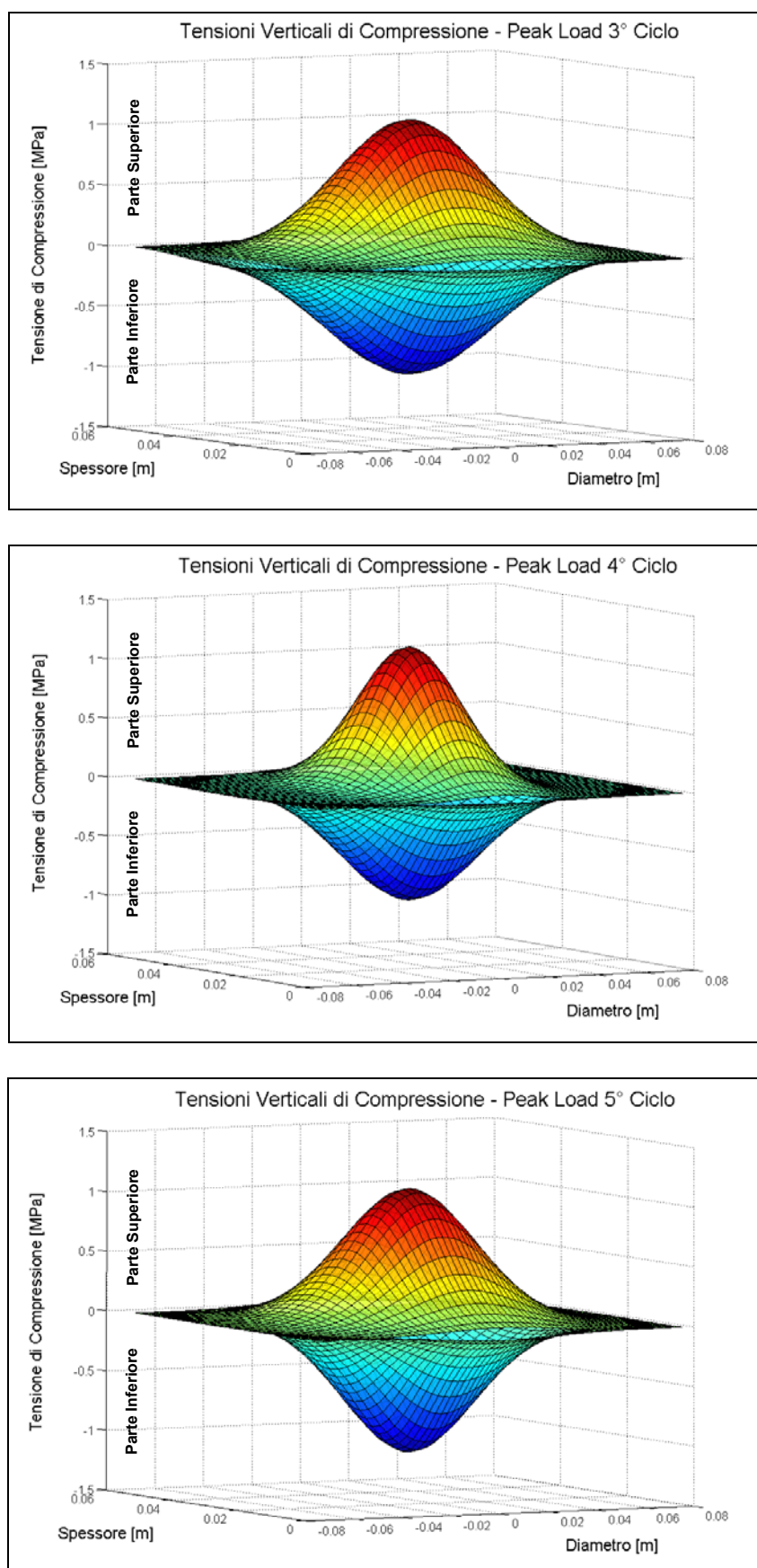
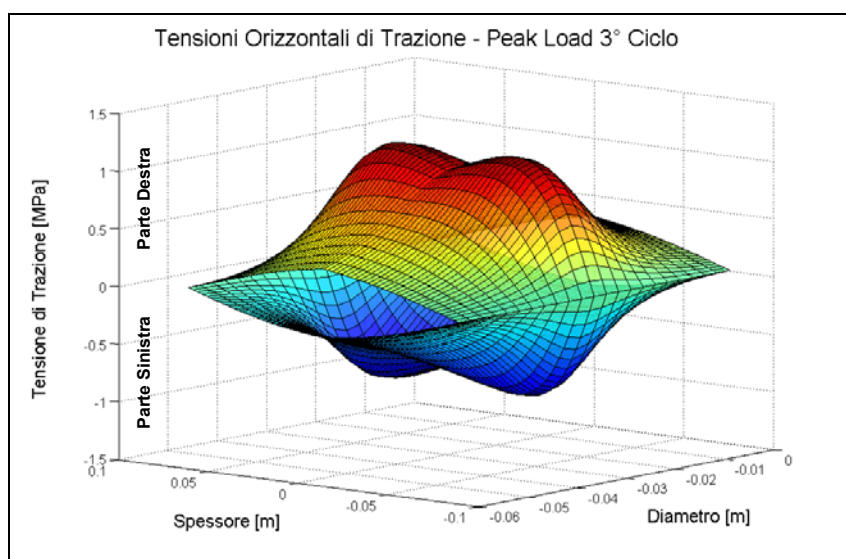
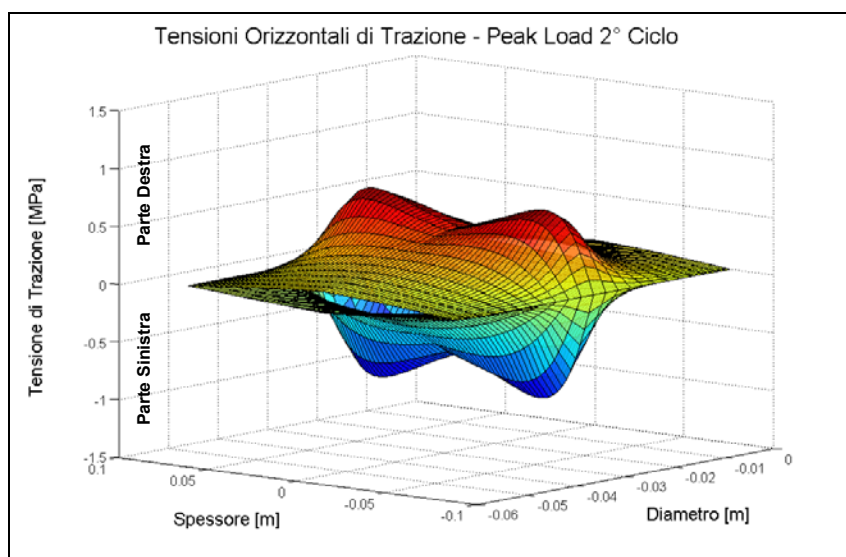
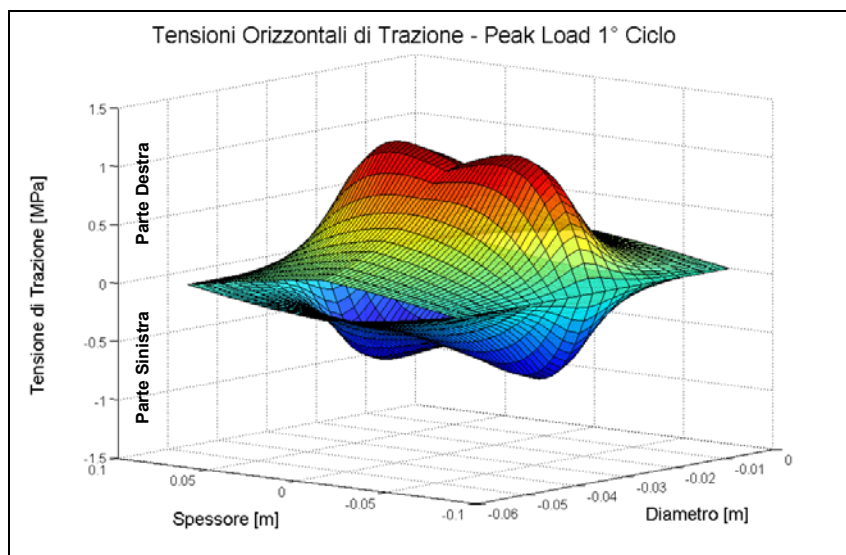


Figura 5.9: Stato tensionale normale al piano diametrale orizzontale



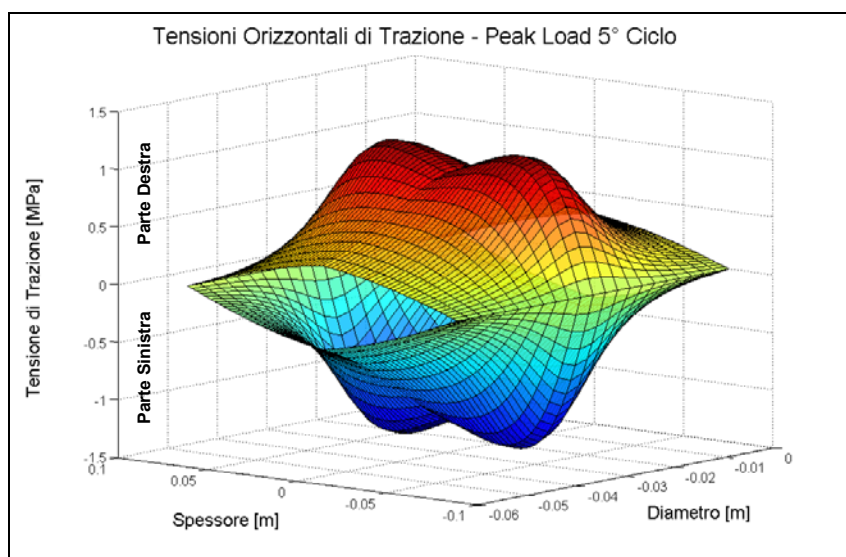
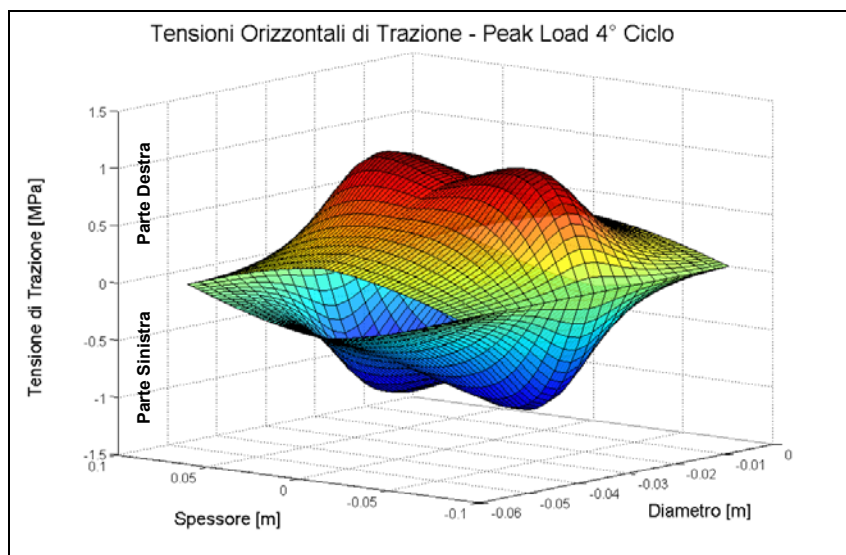


Figura 5.10: Stato tensionale normale al piano diametrale verticale

Tabella 5.4: Errore relativo e R^2 sulle forze risultanti di compressione e di trazione.

Ciclo	I	II	III	IV	V		I	II	III	IV	V
	Semicilindro Superiore						Semicilindro Destro				
$F_{V-TOTALE}$ [N]	3776	3774	3868	3860	3868	$F_{H-TOTALE}$ [N]	2905	2445	3006	2688	3081
$F_{V-PIASTRA}$ [N]	3853	3880	3871	3869	3995	$F_{V-PIASTRA}$ [N]	3853	3880	3871	3869	3995
e_{ASS} [N]	77	106	3	9	127	e_{ASS} [N]	948	1435	865	1181	914
e_{REL} [%]	2.00	2.73	0.08	0.23	3.18	e_{REL} [%]	24.60	36.98	22.35	30.52	22.88
R^2	0.91	0.95	0.99	0.95	0.94	R^2	0.94	0.99	0.92	0.93	0.96
	Semicilindro Inferiore						Semicilindro Sinistro				
$F_{V-TOTALE}$ [N]	3819	3866	3760	3860	3955	$F_{H-TOTALE}$ [N]	2606	2796	2992	2933	3486
$F_{V-PIASTRA}$ [N]	3853	3880	3871	3869	3995	$F_{V-PIASTRA}$ [N]	3853	3880	3871	3869	3995
e_{ASS} [N]	34	14	111	9	40	e_{ASS} [N]	1247	1084	879	936	509
e_{REL} [%]	0.88	0.36	2.87	0.23	1.00	e_{REL} [%]	32.36	27.94	22.71	24.19	12.74
R^2	0.96	0.95	0.98	0.98	0.94	R^2	0.95	0.92	0.92	0.94	0.89

Nel piano diametrale orizzontale, per le superfici esponenziali, i valori di R^2 variano da 0.91 a 0.99 mentre nel piano diametrale verticale, per quelle a sella, da 0.89 a 0.99; tali superfici possono così ritenersi abbastanza rappresentative per il modello dell'andamento delle tensioni normali nelle giaciture prese in esame e sono state quindi comparate con l'andamento tensionale ipotizzato per il medesimo test da J.M. Read e A.C. Collop [57].

L'andamento delle tensioni normali di compressione agenti nel piano diametrale orizzontale del modello, indipendentemente del ciclo considerato, è concorde con la corrispondente distribuzione di figura 5.11.a ipotizzata da J.M. Read e A.C. Collop. Lungo il piano verticale di simmetria ortogonale alla base del cilindro, le tensioni di trazione possiedono invece valori trascurabili ai bordi del modello e crescono progressivamente fino a diventare massime in corrispondenza di due punti distanti circa 5.00 cm dal piano diametrale orizzontale.

L'andamento di tali tensioni può ritenersi quindi uniforme in accordo con le ipotesi di *J.M. Read* e *A.C. Collop*, ad eccezione dei punti estremi nei quali il modello presenta sforzi nulli mentre i due ricercatori ipotizzano l'esistenza di singolarità dove le tensioni diventano di compressione assumendo valori elevati (figura 5.11.b).

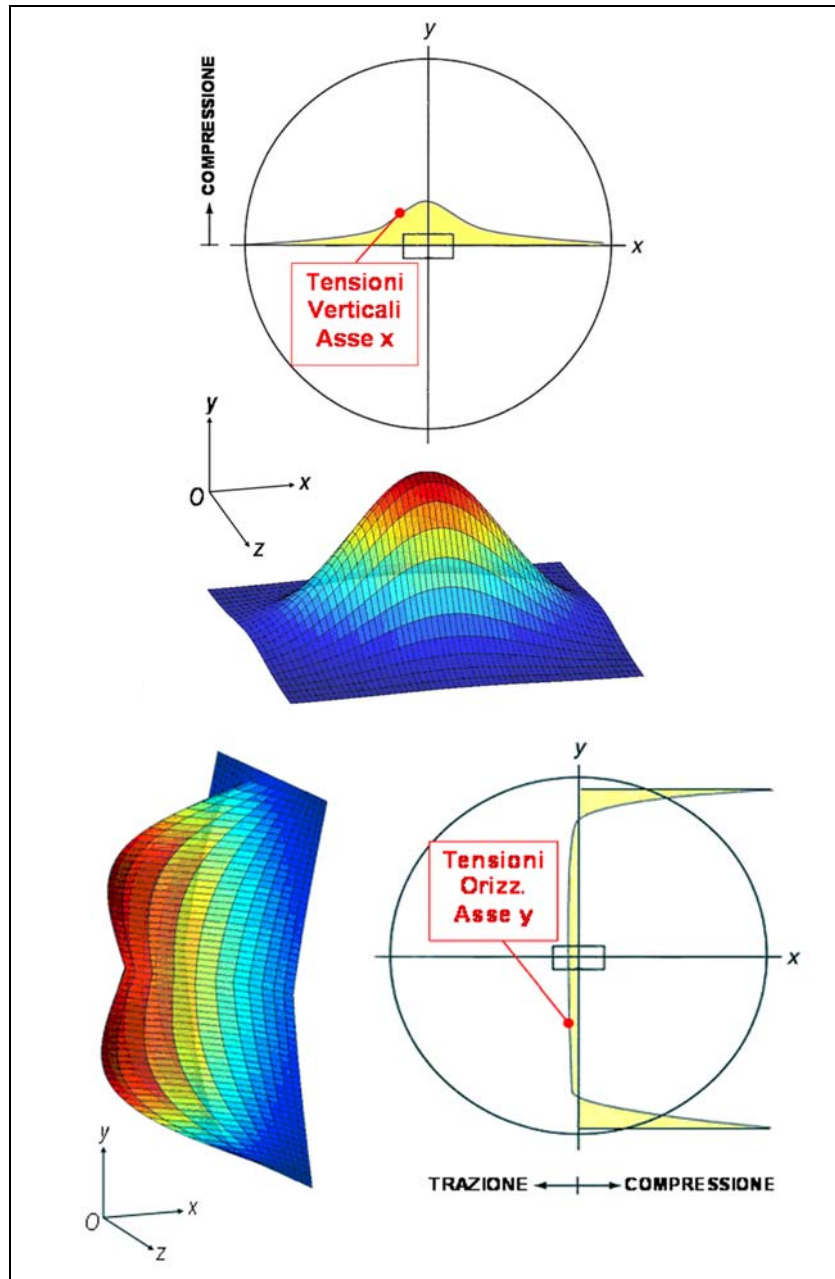


Fig. 5.11: Tensioni normali di compressione e trazione nei modelli *DEM* e di *J.M. Read* e *A.C. Collop*

5. ANALISI DEI RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

Sono stati tracciati i diagrammi della forza verticale e della deformazione diametrale orizzontale in funzione del tempo di carico per la simulazione e per la prova di laboratorio (figure 5.12.a e 5.12.b).

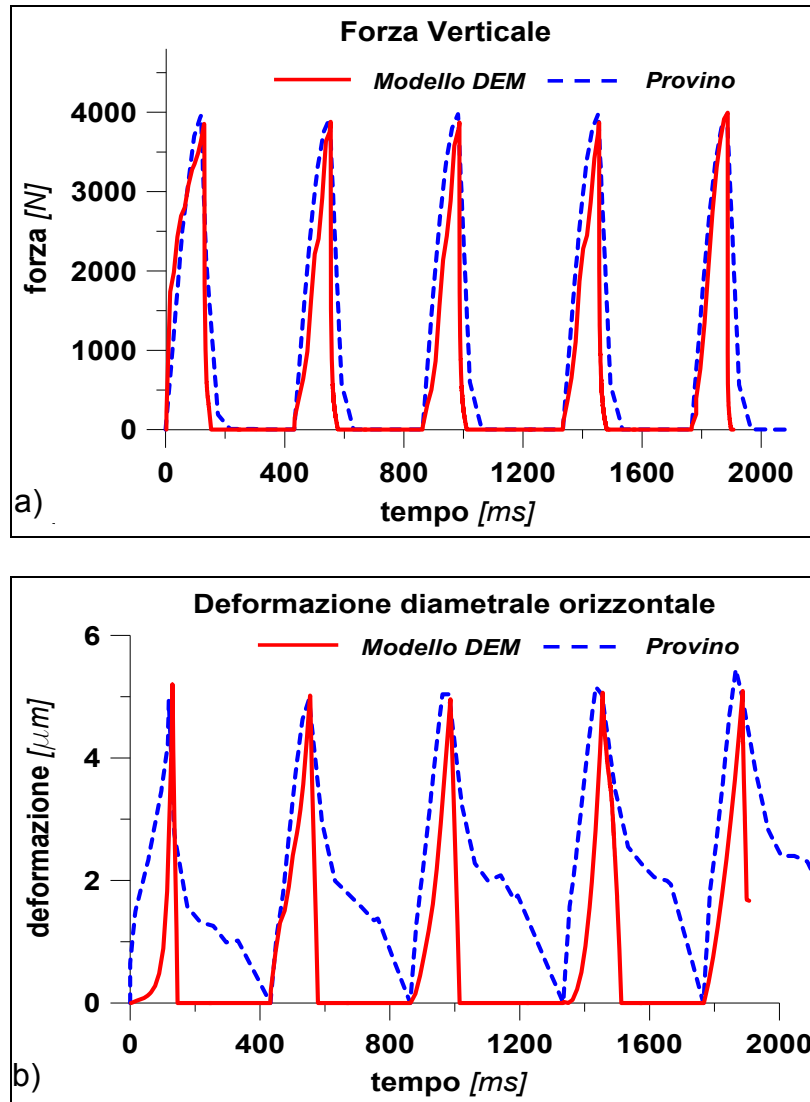


Figura 5.12: a) Forza verticale – b) Deformazione diametrale orizzontale

La figura 5.12.a mostra come il modello durante ciascuna fase presenti curve di carico, con andamento crescente in modo meno che proporzionale fino al valore di picco, simili a quelle ottenute in laboratorio.

Le curve di deformazione diametrale orizzontale del modello presentano un andamento più che proporzionale fino al raggiungimento di un valore massimo pari a circa 5 μm , diversamente da quelle del provino con incrementi decrescenti.

È stato eseguito infine un esame comparativo tra la simulazione ed il *test ITSM*, basandosi rispettivamente sulla forza verticale, sulla deformazione diametrale orizzontale, sul tempo di incremento del carico e sul modulo di rigidezza a trazione indiretta.

Per ciascuna delle grandezze definite in precedenza è stato calcolato l'errore relativo al fine di quantificare la differenza esistente tra il valore fornito dal programma e quello ottenuto in laboratorio, ossia il corrispondente grado di approssimazione al *test ITSM* del modello realizzato (tabella 5.5).

Tab. 5.5: Valori massimi del carico verticale, della deformazione diametrale orizzontale, del modulo di rigidezza e del *rise time*

Forza verticale impulsiva							Modulo di rigidezza a trazione indiretta						
Ciclo	I	II	III	IV	V	Tot.	Ciclo	I	II	III	IV	V	Tot.
$F_{V\text{-test}}$ [N]	3958	3923	3976	3982	3970	3962	$S_{m\text{-test}}$ [MPa]	8962	8883	8845	8858	8884	8886
$F_{V\text{-DEM}}$ [N]	3853	3880	3871	3869	3995	3894	$S_{m\text{-DEM}}$ [MPa]	7275	7590	7666	7500	7703	7545
e_{ASS} [N]	105.30	43.50	104.90	112.60	25.20	68.22	e_{ASS} [MPa]	1687	1293	1179	1358	1181	1342
e_{REL} [%]	2.66	1.11	2.64	2.83	0.63	1.72	e_{REL} [%]	18.82	14.55	13.33	15.33	13.30	15.10
Deformazione diametrale orizzontale							Rise time						
Ciclo	I	II	III	IV	V	Tot.	Ciclo	I	II	III	IV	V	Tot.
$d_{H\text{-test}}$ [μm]	4.95	4.95	5.04	5.04	5.01	5.00	t_{test} [ms]	119	120	119	119	119	119
$d_{H\text{-DEM}}$ [μm]	5.20	5.02	4.96	5.07	5.09	5.07	t_{DEM} [ms]	128	121	122	121	120	122
e_{ASS} [μm]	0.25	0.07	0.08	0.03	0.08	0.07	e_{ASS} [ms]	8.89	0.92	3.35	1.50	1.20	3.17
e_{REL} [%]	5.01	1.35	1.63	0.51	1.65	1.36	e_{REL} [%]	7.47	0.77	2.82	1.26	1.01	2.66

Tale errore è al massimo del 3% per la forza verticale, del 5% per la deformazione diametrale orizzontale, del 19% per il modulo di rigidezza a trazione indiretta e del 8% per il tempo di crescita della forza impulsiva.

La simulazione riproduce quindi correttamente, nelle diverse fasi, il valore di picco del carico impulsivo, il tempo di completo sviluppo della forza verticale e la corrispondente deformazione diametrale orizzontale, fornendo così per il modello *DEM* un modulo di rigidezza alla trazione indiretta S_{mi} che si discosta da quello del provino dal 13% al 19% a seconda del ciclo di carico considerato.

6. CONCLUSIONI

Il modello utilizzato, costituito da 2500 particelle, presenta curve di carico e di deformazione diametrale orizzontale che approssimano al meglio quelle reali, individuando valori di picco all'incirca uguali a quelli ottenuti con la prova di laboratorio.

La simulazione ha permesso inoltre di investigare lo stato tenso-deformativo caratterizzante il modello mettendone in evidenza, per ciascun *peak load*, la distribuzione delle forze di contatto e l'andamento 3D delle tensioni normali agenti rispettivamente sulla giacitura diametrale orizzontale ed in quella verticale.

Tali andamenti sono stati confrontati con quelli ipotizzati da *Read* e *Collop* per il *Test ITSM* osservando una congruenza tra le distribuzioni inerenti al modello e le corrispondenti relativa ad una prova reale.

La difficoltà maggiore è stata riscontrata nel determinare il valore corretto dei parametri microscopici a causa della mancanza di misure attendibili di alcune variabili locali come ad esempio quelle legate alle forze di contatto.

Mediante modelli di questo tipo appare inoltre possibile, per una determinata miscela di aggregati, studiare numericamente la variazione del modulo di rigidezza a trazione indiretta in funzione della percentuale di vuoti della miscela e della percentuale di bitume al fine di individuare la percentuale ottima del legante, e ridurre così il numero di provini da sottoporre in laboratorio a test di ottimizzazione.

Un altro risvolto applicativo importante è rappresentato infine dalla possibilità di realizzare, previa taratura dei parametri caratteristici del conglomerato bituminoso con test di laboratorio a cicli ripetuti, modelli tridimensionali finalizzati allo studio del comportamento in sito come ad esempio la verifica dei fenomeni di ormaimento e rottura per fatica che possono instaurarsi nelle pavimentazioni stradali.

CAPITOLO 6

MODELLAZIONE CON IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI DI UNA SOVRASTRUTTURA FLESSIBILE

1. INTRODUZIONE

La schematizzazione ad elementi distinti particellari di una sovrastruttura stradale descrive correttamente la sua reale natura granulare, a causa della quale una perturbazione indotta all'interno del sistema da forze esterne si traduce nella variazione puntuale di forze e deformazioni.

I principali fenomeni di degrado di una pavimentazione, che sono la fessurazione per fatica e la deformazione permanente, si innescano in punti interni alla miscela dove sono localizzate forze di contatto superiori alla resistenza meccanica del conglomerato bituminoso.

Diventa quindi riduttivo simulare le fasi di innesco e propagazione di tali fenomeni considerando la miscela come un mezzo continuo, omogeneo ed isotropo, nel quale la perturbazione prodotta dalle forze esterne si traduce nella variazione dello stato tenso-deformativo del sistema.

La tensione, definita come il valore medio della risultante delle forze interne al sistema agenti sopra una superficie infinitesima, non è infatti rappresentativa della reale forza localizzata nel punto preso in esame.

Nel presente capitolo è stata eseguita la modellazione con il codice di calcolo *PFC^{3D}* di una sovrastruttura stradale flessibile, caricata con impronte circolari, nella quale gli strati sono stati schematizzati mediante insiemi di particelle di forma sferica, aventi una data distribuzione granulometrica, che si scambiano forze e coppie nei corrispondenti punti di contatto.

È stato quindi investigato, per il sistema in equilibrio sotto l'azione delle forze esterne, lo stato tenso-deformativo interno al modello calcolando le tensioni σ_{zz} , τ_{zx} , τ_{zy} e le deformazioni U_{xx} e U_{zz} sul piano viabile e nelle interfacce tra gli strati e le tensioni σ_{zz} , σ_{xx} e τ_{zx} al di sotto delle impronte.

Tale stato tenso-deformativo è stato poi comparato con quello ottenuto schematizzando la pavimentazione come un multistrato elastico mediante il codice di calcolo *BISAR*.

Il confronto tra il modello *DEM* e quello realizzato con il *BISAR* ha infine permesso di comprendere la relazione esistente tra le forze di contatto ed il corrispondente stato tensionale, dipendente dalle dimensioni degli elementi misuratori adottati.

2. MODELLO *DEM* DELLA SOVRASTRUTTURA FLESSIBILE

2.1. Definizione della geometria del modello

La sovrastruttura stradale flessibile è formata, per uno spessore di 23 cm, dagli strati di usura, *binder* e base in conglomerato bituminoso e da una fondazione in stabilizzato granulometrico alta 30 cm.

Il modello consiste in un parallelepipedo di dimensioni 2.00 x 2.00 x 0.68 m³ così suddiviso: lo strato superiore di spessore 23 cm è rappresentativo dei diversi strati neri costituenti la pavimentazione reale, quello intermedio alto 30 cm è la fondazione in stabilizzato granulometrico ed infine gli ultimi 5 cm schematizzano il terreno di sottofondo.

Le pareti di confinamento, realizzate con elementi *boundary* di forma piana, attrito nullo e rigidità elevata, definiscono i volumi all'interno dei quali sono state generate le particelle mediante la tecnica di *Up-scaling* [31].

Tale tecnica di riproduzione particellare moltiplica il diametro delle sfere per un fattore di scala *S* maggiore di uno lasciando invariato il rapporto tra le diverse frazioni granulometriche della miscela; il modello in *Up-scaling*, equivalente a quello iniziale, è formato da un numero minore di elementi e presenta quindi tempi di calcolo ridotti.

Con la tecnica di *Up-scaling*, adottando un fattore di scala S pari a 3.5, è stata quindi riprodotta con 16800 particelle la curva granulometrica di riferimento dello strato legato a bitume, ottenuta traslando di ΔD quella rappresentativa di una miscela con assortimento granulometrico intermedio tra l'usura e la base (figura 6.1).

$$\Delta D = (S - 1) \cdot D_{\text{iniziale}} \quad (6.1)$$

Lo strato di fondazione è formato da 11100 elementi con curva granulometrica definita, per un fattore di scala pari a 3.5, mediante la (6.1) in base a quella rappresentativa, secondo il fuso ANAS, di uno stabilizzato granulometrico (figura 6.2).

Lo strato di sottofondo è stato infine schematizzato con 1600 particelle di diametro uniforme pari a 15 cm e 30 cm, opportunamente disposte al fine di possedere, compatibilmente alle loro dimensioni, la porosità minima.

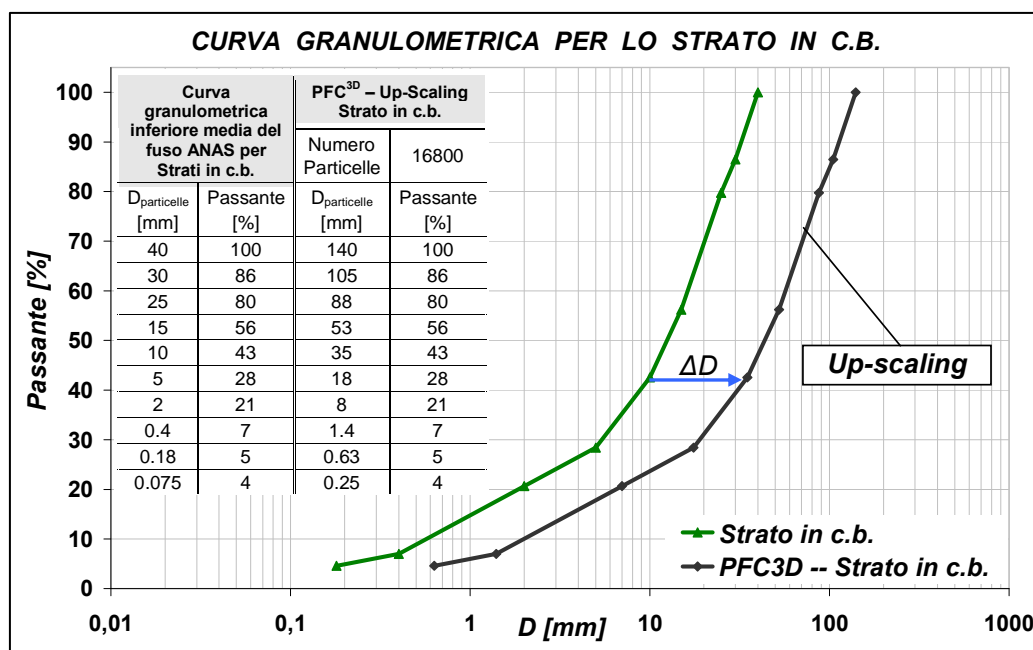


Figura 6.1: Curva granulometrica dell'insieme di particelle schematizzante lo strato in conglomerato bituminoso

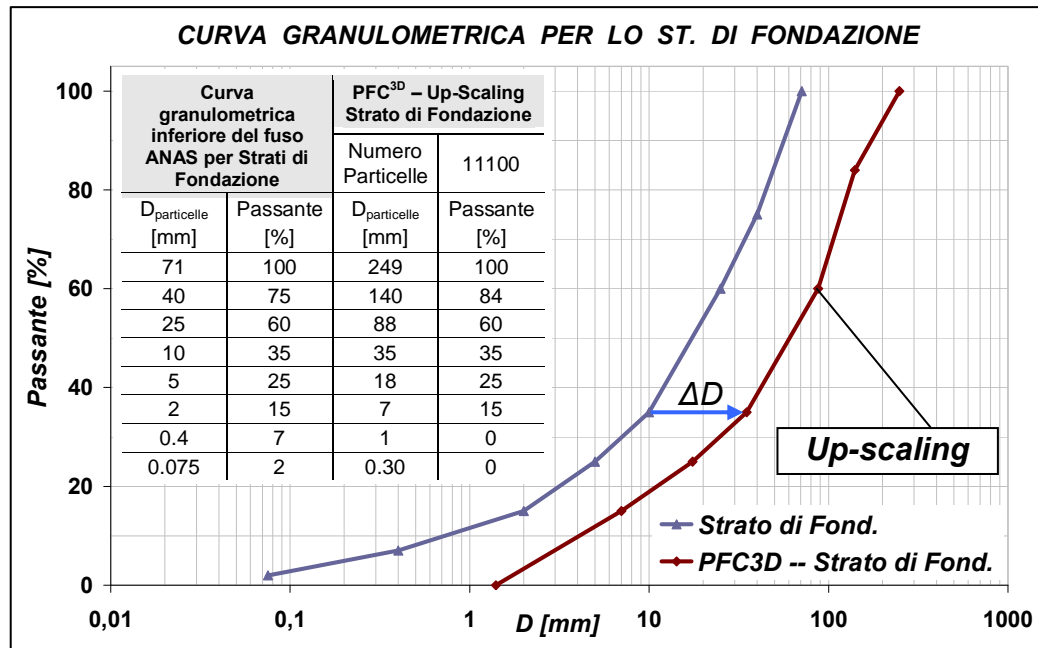


Figura 6.2: Curva granulometrica dell'insieme di particelle schematizzante lo strato di fondazione

Le impronte circolari, che esercitano sulla pavimentazione il carico massimo ammissibile per una strada pari a 6 ton, sono state invece modellate con 2200 particelle di diametro compreso tra 5.0 mm e 1.0 mm contenute in una coppia di cilindrici, costituiti da elementi *boundary* di forma circolare e piana.

I cilindri, posizionati secondo una configurazione di tipo simmetrico sul piano superiore dello strato in conglomerato bituminoso, distano 10 cm ed hanno un raggio pari a 10.95 cm calcolato ipotizzando un carico su singola ruota di 3 ton ed una pressione di gonfiaggio pari a 8 bar.

$$R = \sqrt{\frac{N_{RUOTA}}{\pi p_{gonf.}}} \quad (6.2)$$

La base inferiore, al termine della fase di generazione delle particelle, è stata rimossa per permettere il contatto tra gli elementi dei pneumatici e quelli della pavimentazione; gli elementi di confinamento laterale e superiore non sono stati invece eliminati per consentire all'impronta di conservare la forma iniziale durante la simulazione (figura 6.3).

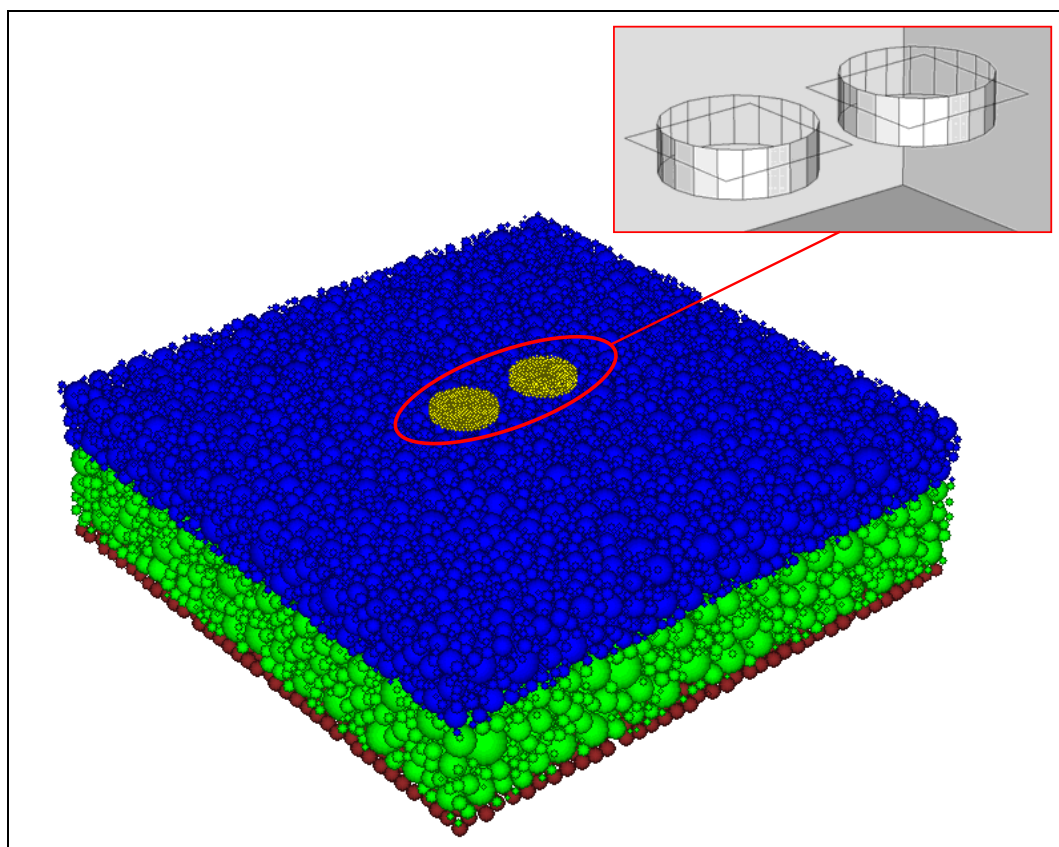


Figura 6.3: Modello *DEM* della pavimentazione con impronte circolari

2.2. Annullamento delle forze non bilanciate interne al modello *DEM*

Prima di assegnare a ciascun strato il corrispondente legame di contatto è stato necessario annullare le forze non bilanciate, che insorgono nel sistema durante la fase di creazione del modello a causa della parziale compenetrazione tra particelle adiacenti indeformabili.

L'operazione di detensionamento del modello è stata eseguita imponendo, all'inizio di ogni *cycle*, l'annullamento istantaneo delle grandezze cinematiche relative alle particelle, mediante la reiterazione del diagramma a blocchi riportato in figura 6.4.a, previa assegnazione di elevati valori numerici alle rigidezze di contatto normale e tangenziale.

La reiterazione ha fatto convergere rapidamente il sistema verso la condizione di equilibrio, in corrispondenza della quale sono nulle le forze trasmesse attraverso i contatti e conseguentemente sono tali anche quelle non bilanciate.

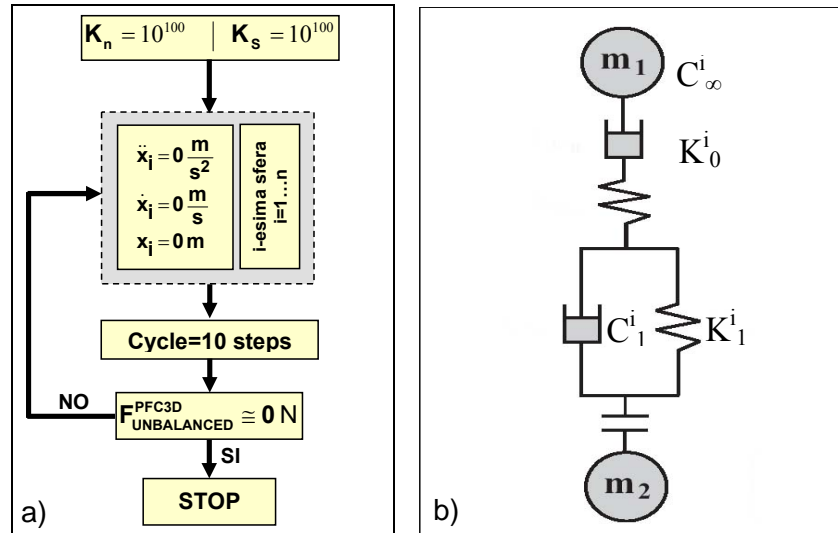


figura 6.4: a) Diagramma a blocchi per il detensionamento del modello *DEM*
 – b) Modello di *Burger*

2.3. Definizione dei legami di contatto inerenti ai diversi strati del modello *DEM*

È stato definito un legame per ciascuno degli insiemi di particelle costituenti il modello della pavimentazione, che schematizzano rispettivamente lo strato in conglomerato bituminoso, quelli di fondazione e sottofondo formati da materiale granulare non legato e le impronte dei pneumatici.

il comportamento visco-elastico del conglomerato bituminoso è stato simulato col *Burger's model*, sistema formato da una prima coppia molla-ammortizzatore in serie associata ad una seconda coppia molla-ammortizzatore in parallelo (figura 6.4.b).

Le rigidezze di contatto normale k_n e tangenziale k_s sono state quindi espresse in funzione del tempo di carico t secondo la seguente formula generale (6.3):

$$k_i = \left[\frac{1}{K_0^i} + \frac{t}{C_\infty^i} + \frac{1}{K_l^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^i}} \right) \right]^{-1} \quad (6.3)$$

$$\tau^i = \frac{C_l^i}{K_l^i} \quad (6.4)$$

Nelle relazioni (6.3) e (6.4) per l' i -esima direzione (normale n o tangenziale s), K_o^i e K_1^i sono le costanti elastiche della molla in serie e di quella in parallelo, C_∞^i e C_1^i sono le costanti di smorzamento viscoso dell'ammortizzatore in serie e di quello in parallelo, mentre τ^i è il tempo di rilascio [14].

I valori numerici dei parametri del modello di *Burger* sono stati determinati in base alle rigidezze k_n e k_s calcolate con le equazioni (6.5) e (6.6), definite mediante i valori del modulo di deformazione volumica K' , di quello tangenziale G' e del coefficiente di *Poisson* ν , posseduti dal conglomerato bituminoso alla temperatura di 20°C [14 e Appendice].

$$k_n = K' \frac{600\pi R}{(100 - V_v) \cdot C} \quad (6.5)$$

$$k_s = -G' + \sqrt{\frac{(G')^2 + 9CDG'k_n}{(4.5)CD}} \quad (6.6)$$

$$C = \frac{C \cdot \sum L}{\pi \sum R^2} \quad (6.7)$$

$$D = \frac{I + 4\nu}{\left[\frac{I}{\nu^2} + \frac{2}{I - 2\nu} \right]^2} \quad (6.8)$$

Le equazioni 6.5 e 6.6 sono anche funzioni del numero medio dei contatti C , dell'indice dei vuoti V_v , del raggio medio R e dei termini $\sum L$ e $\sum R^2$, sommatorie rispettivamente della distanza L tra i centri di due sfere in contatto e del quadrato del raggio R della singola particella.

In tabella 6.1 si riportano i valori della densità (ρ), del coefficiente di *Poisson* (ν), del modulo di deformazione volumica (K'), del modulo elastico (E') e del modulo tangenziale (G'), posseduti alla temperatura di 20°C dai seguenti conglomerati bituminosi: usura, *binder*, base e miscela con caratteristiche intermedie tra l'usura a la base.

In tabella 6.2 figurano invece per il conglomerato bituminoso, avente caratteristiche intermedie tra l'usura e la base, adottato nella schematizzazione *DEM* della pavimentazione, i corrispondenti valori delle rigidezze e dei parametri del modello di *Burger*.

Tabella 6.1: Parametri dei conglomerati bituminosi alla temperatura di 20°C

Strati c.b.	ρ Kg/m³	ν	K' MPa	E' MPa	G' MPa
<i>Usura</i>	2650	0.35	2780	2500	925
<i>Binder</i>	2650	0.35	2445	2200	815
<i>Base</i>	2650	0.35	2220	2000	715
Medio	2650	0.35	2335	2100	780

Tabella 6.2: Valori delle rigidezze e dei parametri del modello di *Burger* alla temp. di 20°C

Rigidezza di contatto normale				
k_n MN/m	K^n_0 MN/m	K^n_1 MN/m	C^n_∞ MNs/m	C^n_1 MNs/m
$6.4 \cdot 10^{+8}$	$1.0 \cdot 10^{+9}$	$1.0 \cdot 10^{+8}$	$5.0 \cdot 10^{+7}$	$5.0 \cdot 10^{+6}$
Rigidezza di contatto tangenziale				
k_s MN/m	K^s_0 MN/m	K^s_1 MN/m	C^s_∞ MNs/m	C^s_1 MNs/m
$6.4 \cdot 10^{+7}$	$1.0 \cdot 10^{+8}$	$1.0 \cdot 10^{+7}$	$5.0 \cdot 10^{+6}$	$5.0 \cdot 10^{+5}$

In tale strato i valori delle resistenze normale b_n e tangenziale b_s sono stati inoltre assunti pari a 10^{10} N, per garantire la conservazione dei legami di contatto e permettere al modello di sviluppare il comportamento visco-elastico semplificato sia nelle fasi di carico che in quelle di scarico

Per gli strati di fondazione e sottofondo sono stati invece definiti legami di tipo lineare con rigidezze ai contatti k_n e k_s determinate mediante le equazioni 5.5 e 5.6 in base ai corrispondenti valori assunti, rispettivamente per lo stabilizzato granulometrico e per il terreno, dalle seguenti grandezze: *Bulk modulus* K' , *Shear modulus* G' e coefficiente di *Poisson* ν (tabella 6.3).

Le particelle degli strati di fondazione e sottofondo, non essendo state legate ai contatti poiché rappresentative di materiali granulari sciolti, presentano inoltre valori nulli delle resistenze normale b_n e tangenziale b_s .

Alla coppia di insiemi di particelle che schematizza le impronte circolari è stato assegnato un legame di tipo lineare con valori delle rigidezze ai contatti k_n e k_s pari a 10^{10} MN/m, una densità ρ di 5000 Kg/m³ superiore a quella effettiva della gomma da pneumatico e valori nulli delle resistenze normale b_n e tangenziale b_s .

Tabella 6.3: Parametri e rigidezze di contatto per lo stabilizzato granulometrico ed il terreno di sottofondo

Strati	ρ Kg/m ³	ν	K' MPa	E' MPa	G' MPa	k_n MN/m	k_s MN/m
Fondazione: <i>stabilizzato granulometrico</i>	2625	0.45	2670	800	280	$3.6 \cdot 10^{+10}$	$3.1 \cdot 10^{+9}$
Sottofondo: <i>terreno</i>	2600	0.47	830	150	50	$1.6 \cdot 10^{+10}$	$2.9 \cdot 10^{+9}$

Tutte le particelle sono state infine dotate di un angolo di attrito interno macroscopico (φ) di 35°, ad eccezione di quelle costituenti lo strato legato con attrito interparticellare nullo.

3. SIMULAZIONE DEL MODELLO *DEM* SOLLECITATO CON IMPRONTE CIRCOLARI

Le particelle appartenenti a ciascuna impronta hanno esercitato, durante la fase di caricamento, sulla frontiera superiore dello strato in conglomerato bituminoso una forza verticale di 30 kN.

Il sistema di equazioni non lineari del *software* è stato implementato con *cycle* formati da 100 *steps*, calcolando al termine di ogni ciclo la risultante delle forze verticali agente lungo dieci piani orizzontali di riferimento; tali giaciture, equidistanti l'una dall'altra, sono state posizionate a profondità crescente nello strato nero ed in quello di fondazione partendo dalla pavimentazione.

Ad ogni *cycle*, al fine di mantenere costante la forza verticale esercitata sul piano viabile dalle impronte, la forza agente sulle singole particelle di ciascun pneumatico è stata fatta variare da un valore minimo di 400 N ad un valore massimo di 5000 N.

L'onda tensionale prodotta durante la simulazione dalla forza verticale totale di 60 kN, si è quindi propagata dal piano viabile alle giaciture inferiori fino ad interessare, una volta raggiunta la condizione di equilibrio del sistema, l'interfaccia fondazione-sottofondo (figura 6.5).

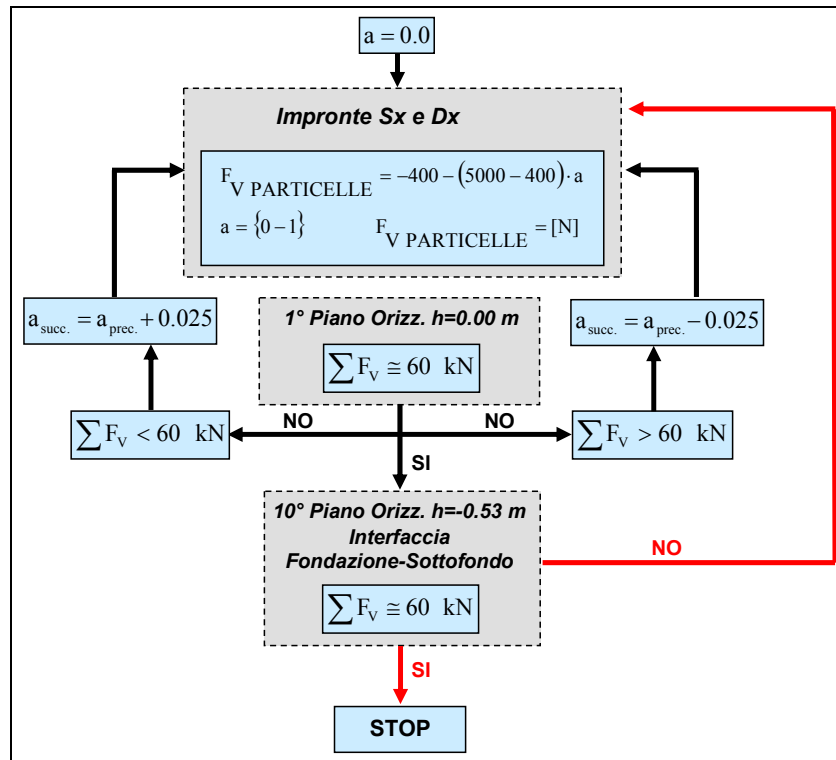
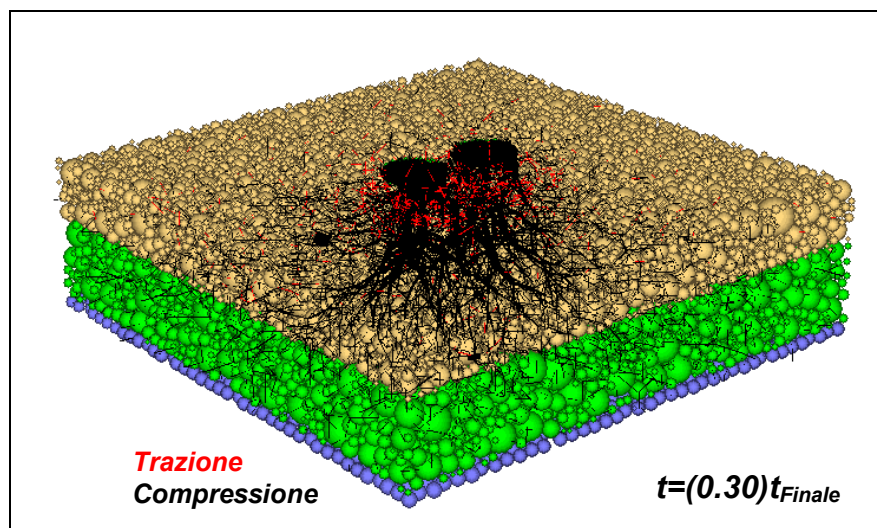
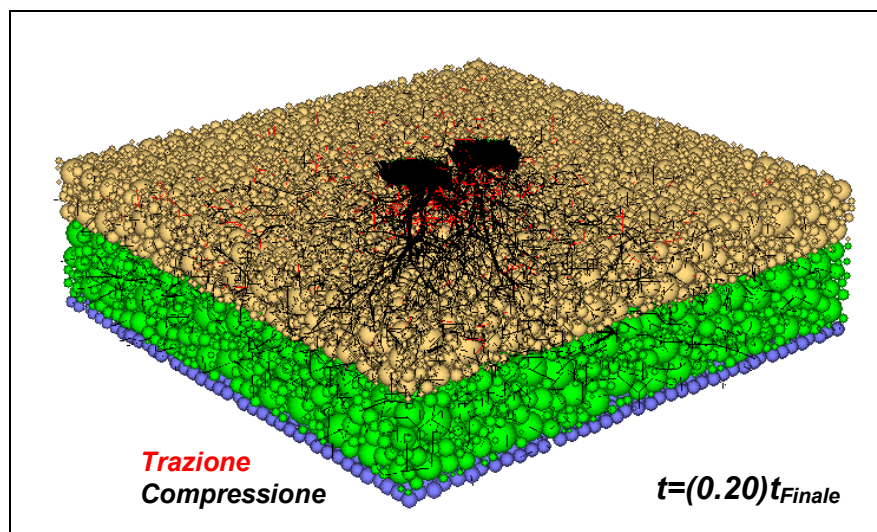
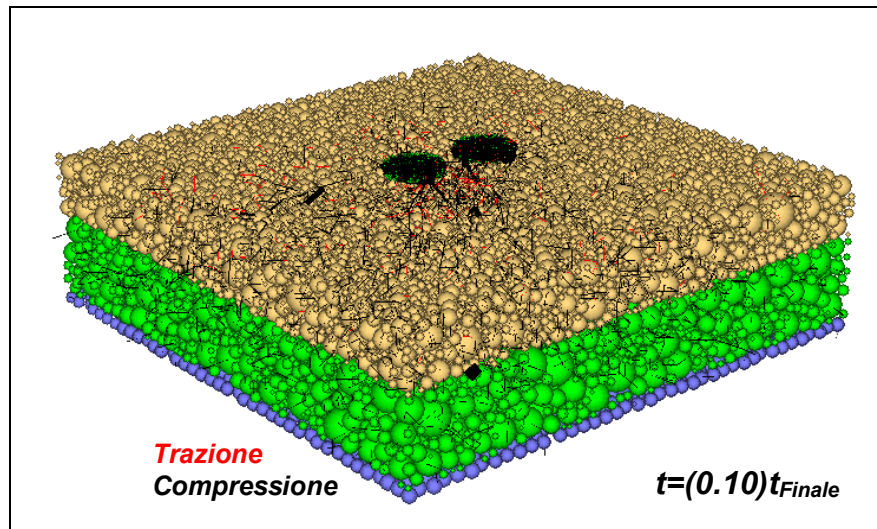


Figura 6.5: Diagramma a blocchi per il caricamento del modello *DEM*

Con tale procedimento è stato quindi possibile studiare la distribuzione all'interno del modello, delle forze agenti nei punti di contatto e degli spostamenti relativi delle particelle, dagli istanti iniziali della simulazione fino alla condizione di equilibrio finale (figure 6.6 e 6.7).



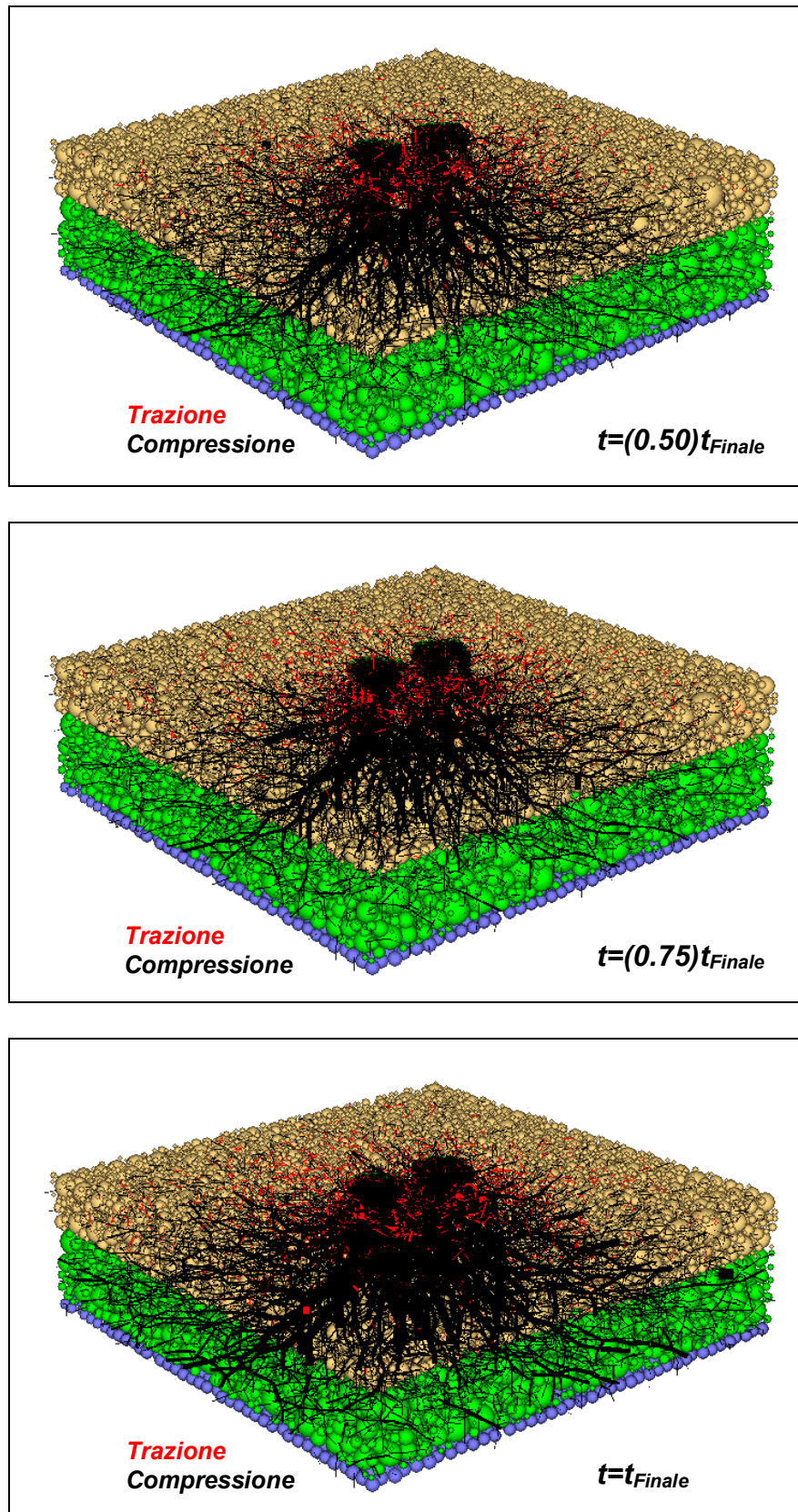
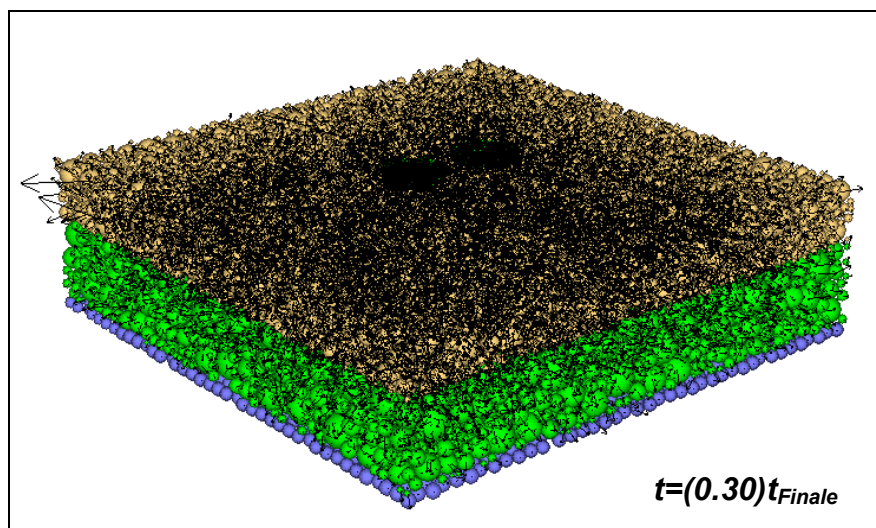
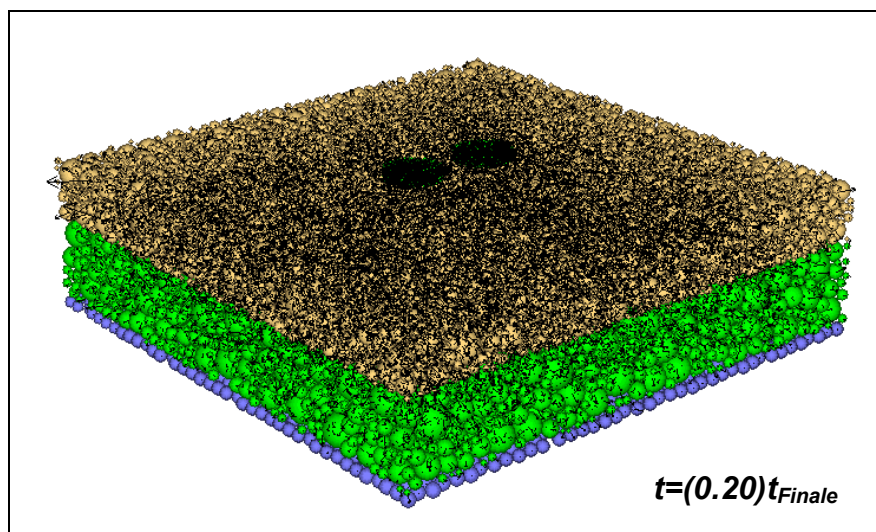
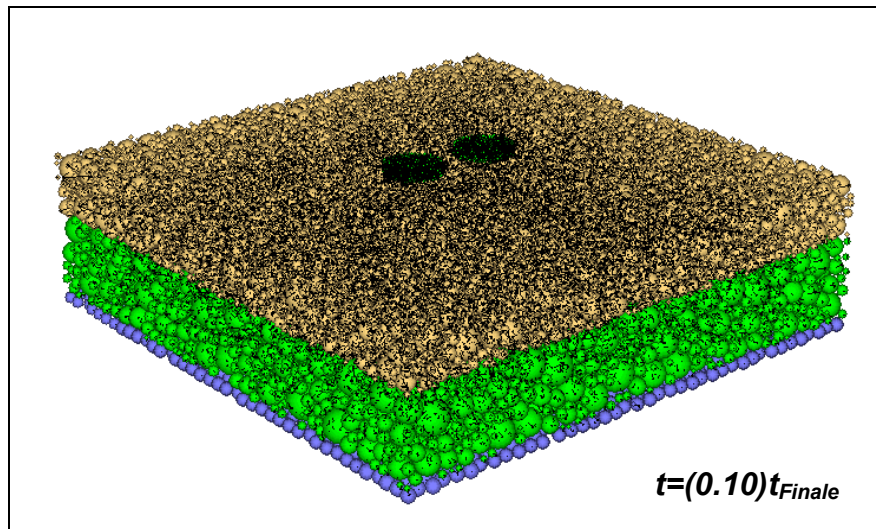


Figura 6.6: Distribuzione delle forze di contatto nel modello *DEM*



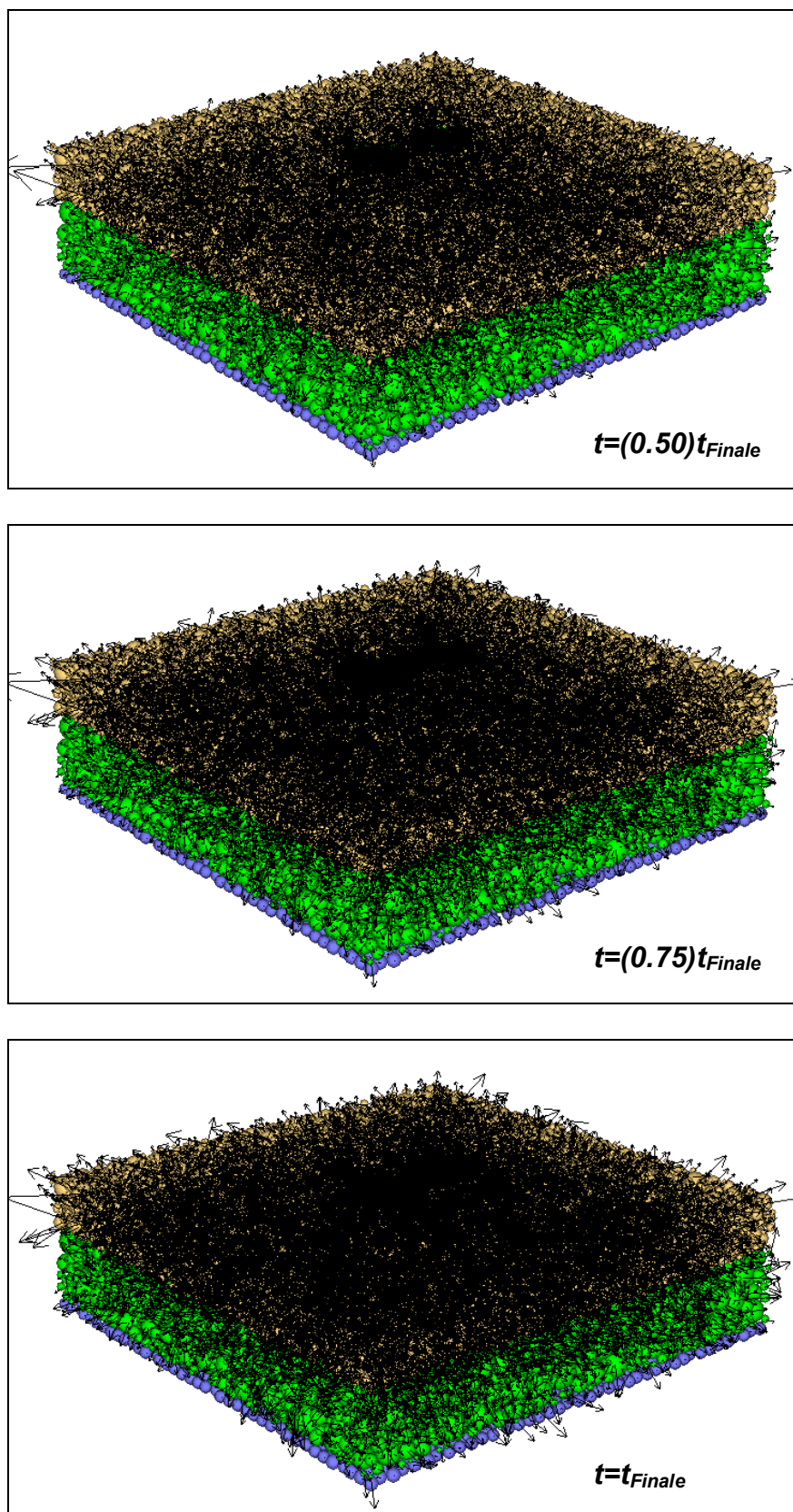


Figura 6.7: Distribuzione del vettore spostamento all'interno del modello *DEM*

4. ANALISI DEI RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

L'analisi dei risultati ha riguardato innanzitutto la determinazione dello stato tenso-deformativo interno al sistema in base alle forze di contatto ed agli spostamenti interparticellari del modello *DEM*.

In un materiale granulare legato il comportamento macroscopico è fortemente influenzato dalla distribuzione granulometrica delle particelle, dai vuoti interparticellari, dalla resistenza meccanica dei grani e dalla capacità di adesione all'inerte del legante.

Come è stato specificato nell'introduzione la perturbazione indotta da un sistema di forze esterne nel conglomerato bituminoso consiste in una distribuzione di forze e spostamenti, poiché venendo meno l'ipotesi di mezzo continuo omogeneo ed isotropo, non esiste infatti uno stato tenso-deformativo interno alla miscela.

In un materiale granulare la tensione agente nella giacitura di normale i lungo la direzione j è stata quindi definita come il rapporto tra la risultante nella corrispondente direzione j delle forze di contatto appartenenti al generico parallelepipedo misuratore e la superficie dell'elemento di normale i .

All'aumentare delle dimensioni dell'elemento misuratore non si è in grado di stabilire a priori come vari lo stato tensionale ad esso associato, poiché un maggior volume "cattura" un più elevato numero di contatti ma incrementa anche l'area della superficie di riferimento.

Ciascun elemento di forma parallelepipedica, ferma restando la lunghezza, deve quindi possedere un'altezza molto piccola rispetto allo spessore dello strato preso in esame, al fine di contenere solamente i punti di contatto, ubicati in corrispondenza della giacitura, nei quali sono applicate le forze agenti all'interfaccia; la larghezza dell'elemento viene invece stabilita aumentando progressivamente il relativo valore fino a quando la tensione non diviene costante (tabella 6.4).

Tabella 6.4: Larghezza media Δy dello stato tensionale calcolato per il modello *DEM* lungo la direzione x

Interfaccia	Tens.	Δy [m]	Interfaccia	Tens.	Δy [m]	Interfaccia	Tens.	Δy [m]
Pneum. Nero	σ_{zz}	0.22	Pneum. Nero	τ_{zx}	0.22	Pneum. Nero	τ_{zy}	0.22
Nero Fond.	σ_{zz}	0.55	Nero Fond.	τ_{zx}	0.22	Nero Fond.	τ_{zy}	0.22
Nero Fond.	σ_{zz}	0.10	Nero Fond.	τ_{zx}	0.05	Nero Fond.	τ_{zy}	0.20
Fond. Sott.	σ_{zz}	0.20	Fond. Sott.	τ_{zx}	0.20	Fond. Sott.	τ_{zy}	0.20
Fond. Sott.	σ_{zz}	0.10	Fond. Sott.	τ_{zx}	0.30	Fond. Sott.	τ_{zy}	0.20

Lo stato tenso-deformativo generato dalle forze di contatto interne al modello *DEM* ed agente nei piani viabile e di interfaccia tra gli strati, è stato così calcolato in corrispondenza del piano verticale di simmetria passante per i centri delle impronte (figura 6.8).

Mediante file di parallelepipedi misuratori centrati rispetto alle rette di intersezione tra le giaciture prese in esame ed il piano verticale di riferimento, sono state determinate le tensioni σ_{zz} , τ_{zx} , τ_{zy} e le deformazioni U_{xx} e U_{zz} .

Tali grandezze sono state poi confrontate con le corrispondenti ottenute con il codice di calcolo *BISAR*, per la medesima sovrastruttura flessibile schematizzata come un multistrato elastico.

In tabella 6.5 sono riportati i parametri necessari alla definizione del multistrato elastico che sono rispettivamente le condizioni di caricamento, gli spessori degli strati, i relativi moduli elastici ed i coefficienti di *Poisson*.

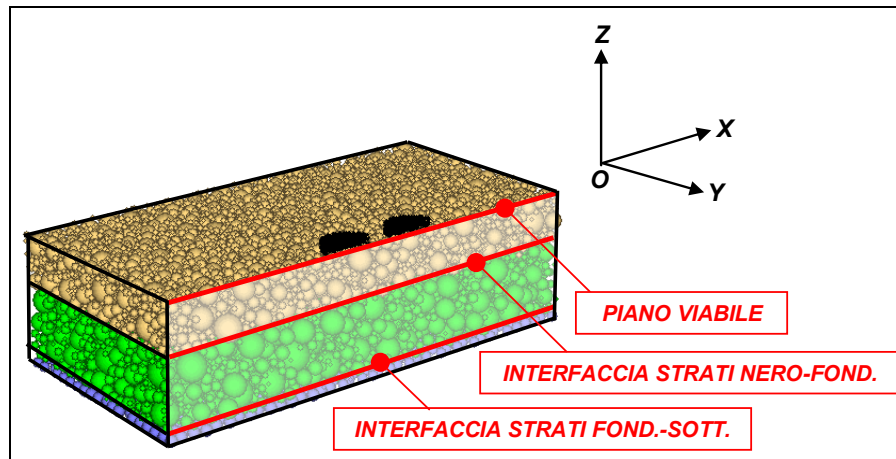


Figura 6.8: Giaciture orizzontali lungo le quali viene studiato lo stato tenso-deformativo

Tabella 6.5: Parametri di input per la definizione del multistrato elastico con il software *BISAR*

Modalità di applicazione delle forze			
	Forza Verticale [KN]	Raggio impronta [m]	X_{Centro} [m]
F_{Sx}	30	0.1093	-0,1593
F_{Dx}	30	0.1093	0,1593
Parametri del multistrato			
Strati	Spessore [m]	Modulo di Young [MPa]	coeff.di Poisson
Nero	0.23	2100	0.35
Fondazione	0.30	800	0.45
Sottofondo		150	0.47

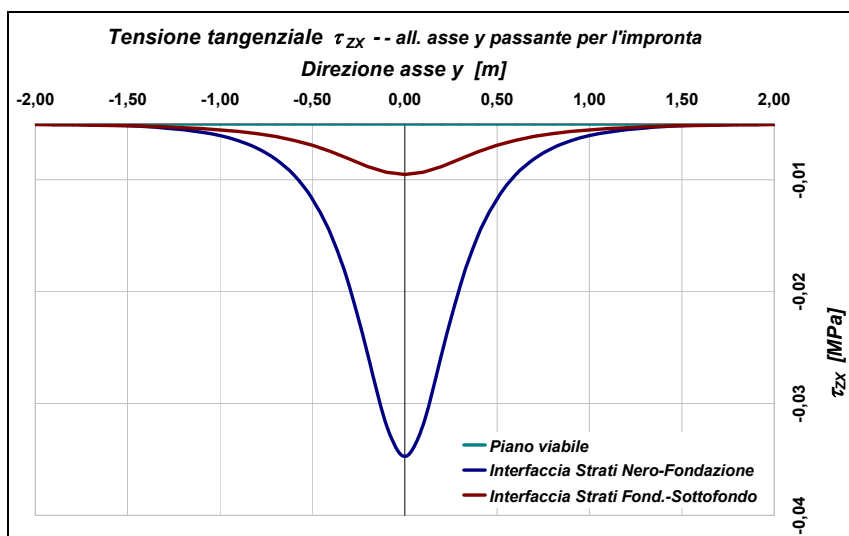
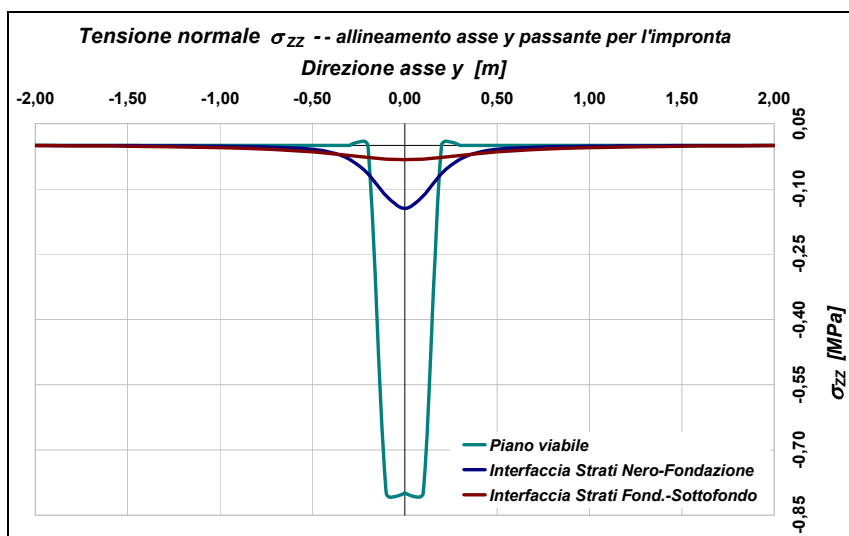
Al fine di determinare con il software *BISAR* la risultante di ciascuna tensione investigata lungo le giaciture definite per il modello *DEM*, è stato necessario valutare la larghezza media Δy di influenza del corrispondente stato tensionale nel multistrato elastico.

È stato quindi graficato, nei piani viabile e di interfaccia tra gli strati, l'andamento delle tensioni σ_{zz} , τ_{zx} e τ_{zy} lungo l'allineamento, parallelo all'asse y , di simmetria per il modello caricato con impronte circolari (figura 6.9).

Per ciascun diagramma è stato poi calcolato il rapporto tra l'area della superficie sottesa dal grafico ed il valore massimo della tensione, determinando così la distanza media $\Delta y/2$ dai centri delle impronte alla quale si annulla lo sforzo.

La distanza Δy risulta quindi essere la larghezza della fascia orizzontale nella quale agisce il diagramma della corrispondente tensione, tracciato lungo l'allineamento parallelo all'asse delle ascisse.

In tabella 6.6, per ciascuna tensione indagata, è riportato il valore di Δy e della risultante agente sulle giaciture orizzontali di riferimento, ottenuta moltiplicando la larghezza della fascia orizzontale per il corrispondente andamento lungo la direzione x .



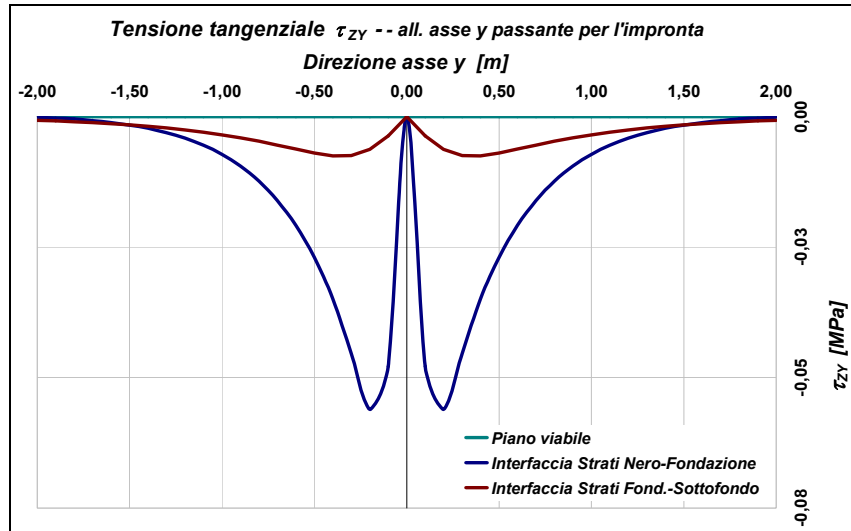
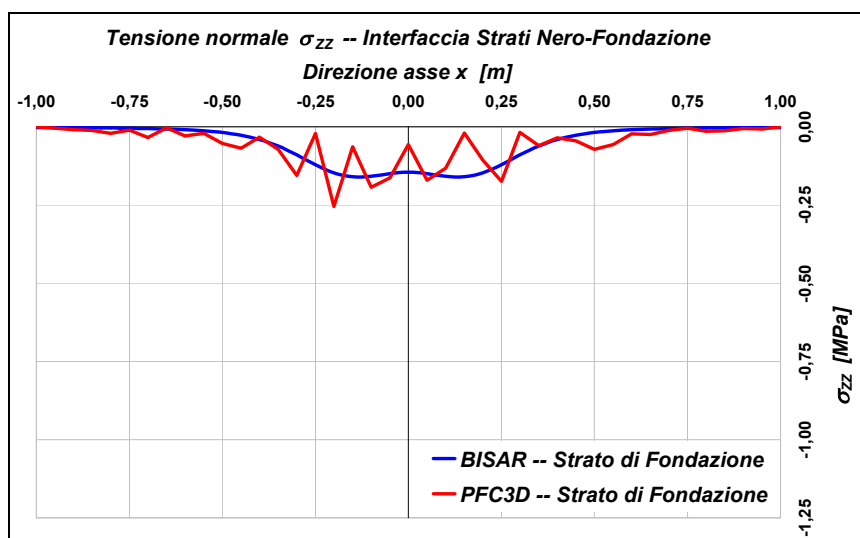
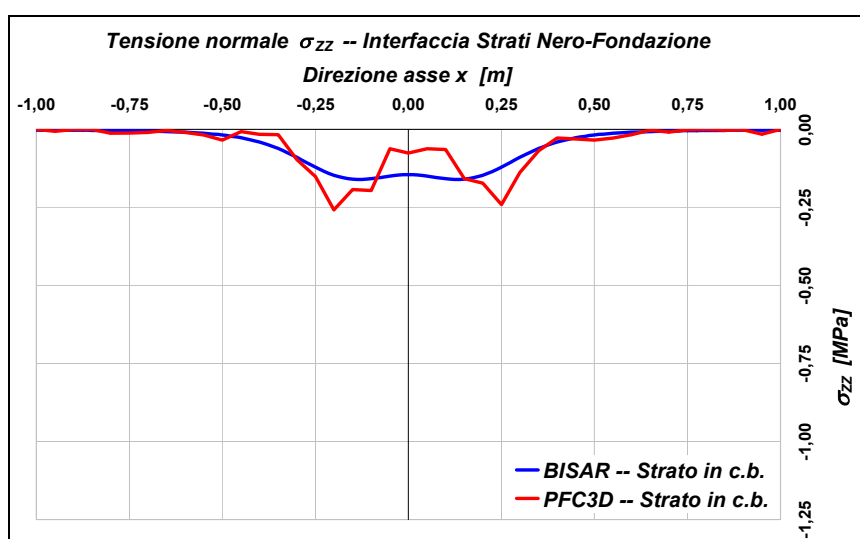
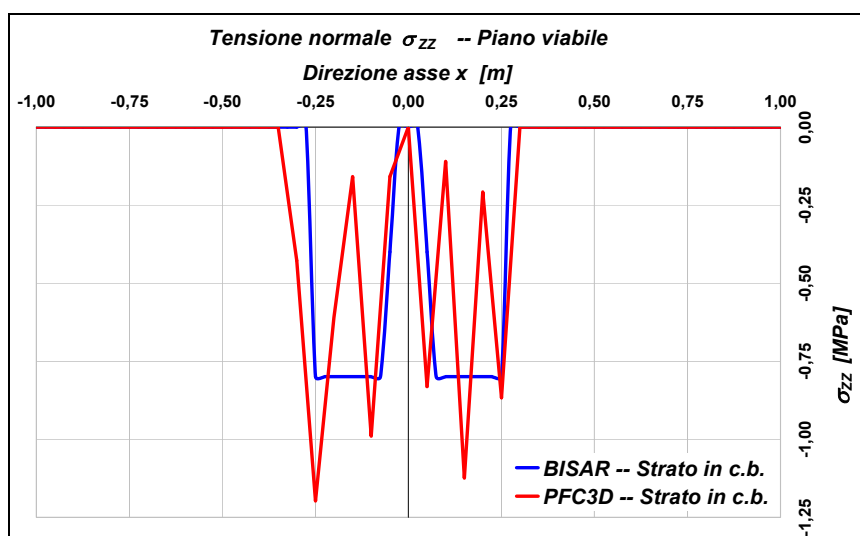


Figura 6.9: Andamento delle tensioni σ_{zz} , τ_{zx} e τ_{zy} calcolate con il *BISAR* lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ordinate

Tabella 6.6: Larghezza media Δy dello stato tensionale calcolato con il *BISAR* lungo la direzione x

Interfaccia	Tens.	Δy [m]	Interfaccia	Tens.	Δy [m]	Interfaccia	Tens.	Δy [m]
Pneum. Nero	σ_{zz}	0.20	Pneum. Nero	τ_{zx}	0.00	Pneum. Nero	τ_{zy}	0.00
Nero Fond.	σ_{zz}	0.55	Nero Fond.	τ_{zx}	1.10	Nero Fond.	τ_{zy}	1.10
Nero Fond.	σ_{zz}	0.55	Nero Fond.	τ_{zx}	1.10	Nero Fond.	τ_{zy}	1.10
Fond. Sott.	σ_{zz}	1.65	Fond. Sott.	τ_{zx}	1.90	Fond. Sott.	τ_{zy}	1.90
Fond. Sott.	σ_{zz}	1.65	Fond. Sott.	τ_{zx}	1.90	Fond. Sott.	τ_{zy}	1.90

Nelle figure 6.10, 6.11, 6.12, 6.13 e 6.14 è riportato l'andamento, per il modello *DEM* e per il multistrato elastico, delle tensioni σ_{zz} , τ_{zx} e τ_{zy} e delle deformazioni U_{xx} e U_{zz} agenti sul piano viabile e nelle superfici di interfaccia tra gli strati in direzione parallela all'asse delle ascisse; in tabella 6.7 si riportano inoltre la forza risultante esercitata dalle tensioni σ_{zz} , τ_{zx} e τ_{zy} sopra le giaciture di riferimento e per le deformazioni U_{xx} e U_{zz} l'area sottesa dalle corrispondenti curve, mettendo infine in evidenza gli errori assoluti e relativi tra i modelli realizzati rispettivamente con il *PFC*^{3D} e con il *BISAR*.



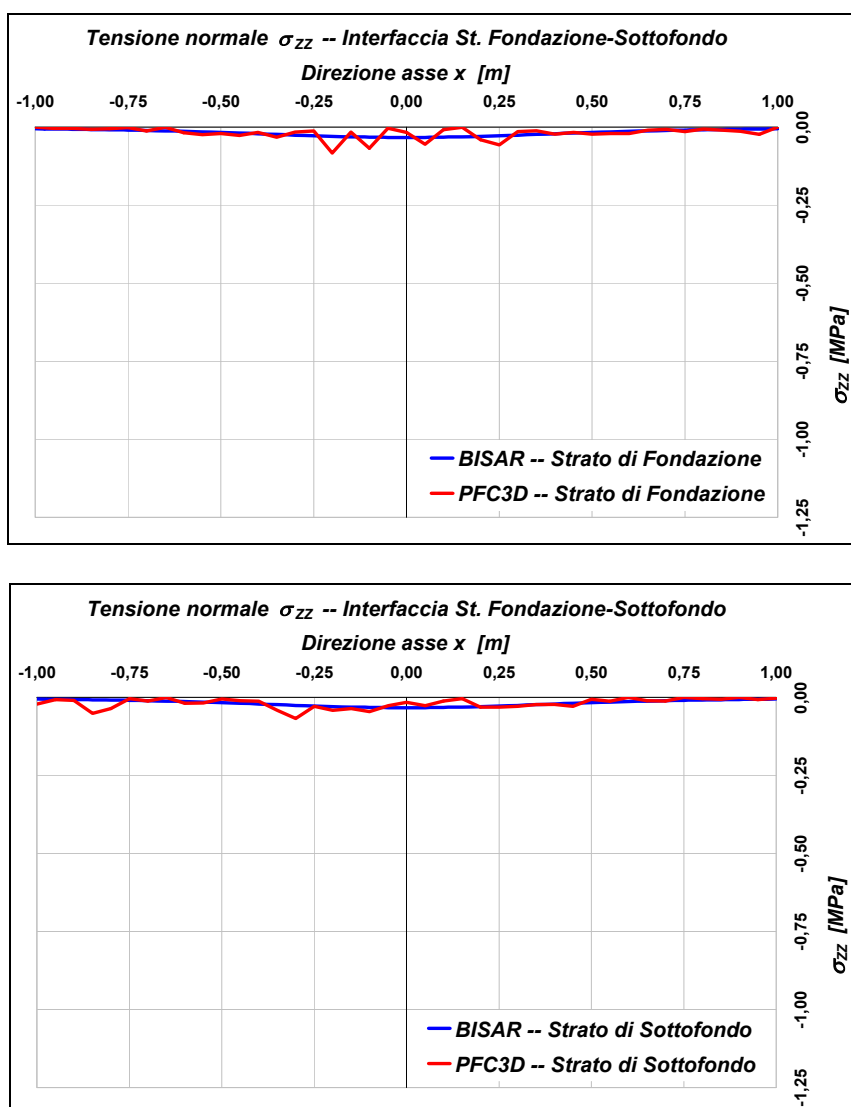
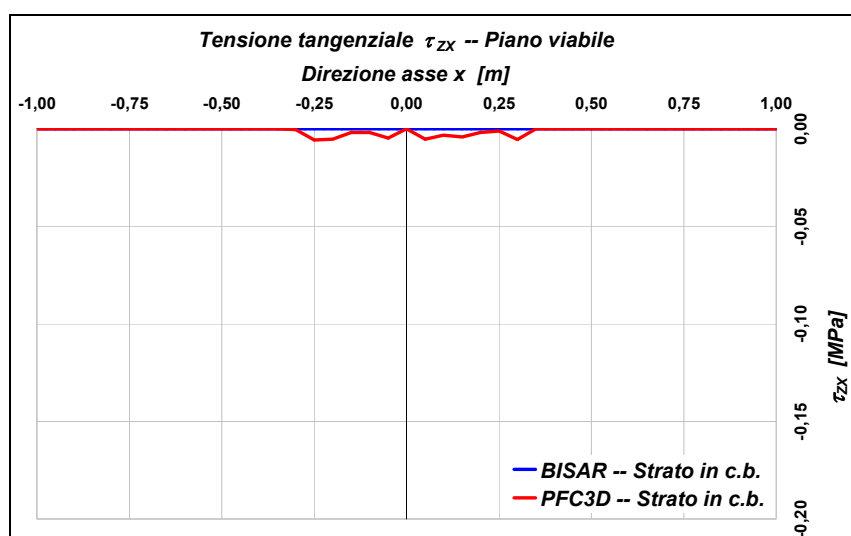
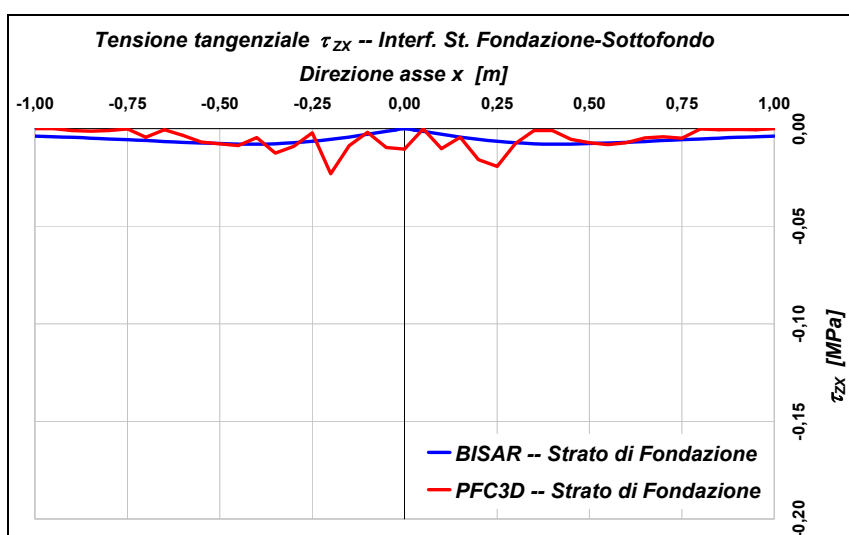
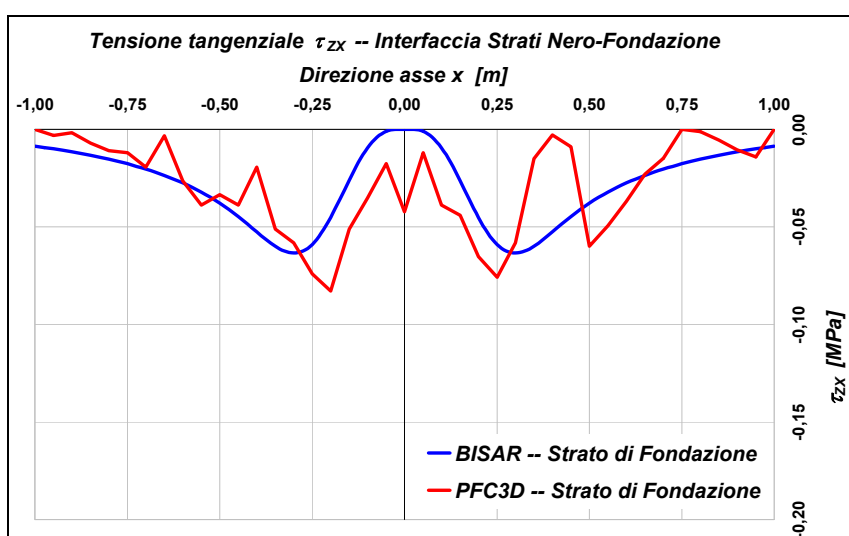
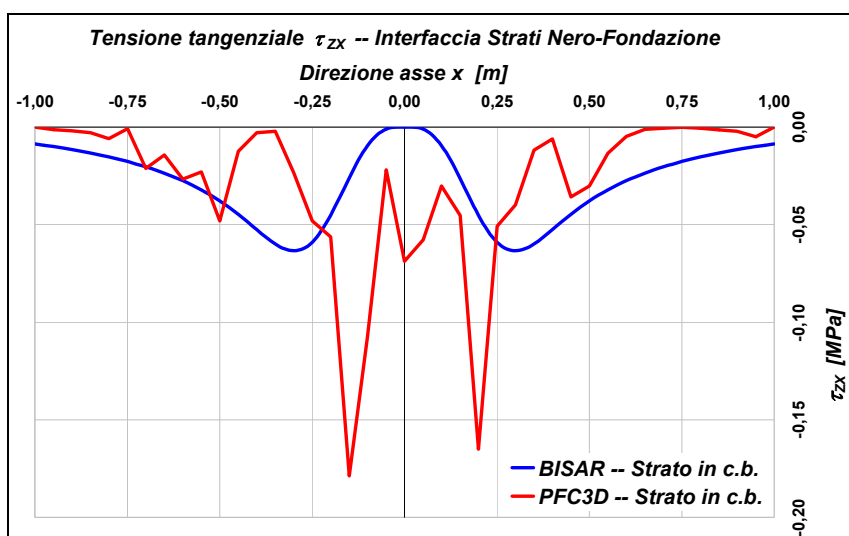


Figura 6.10: Andamento delle tensioni σ_{zz} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ascisse





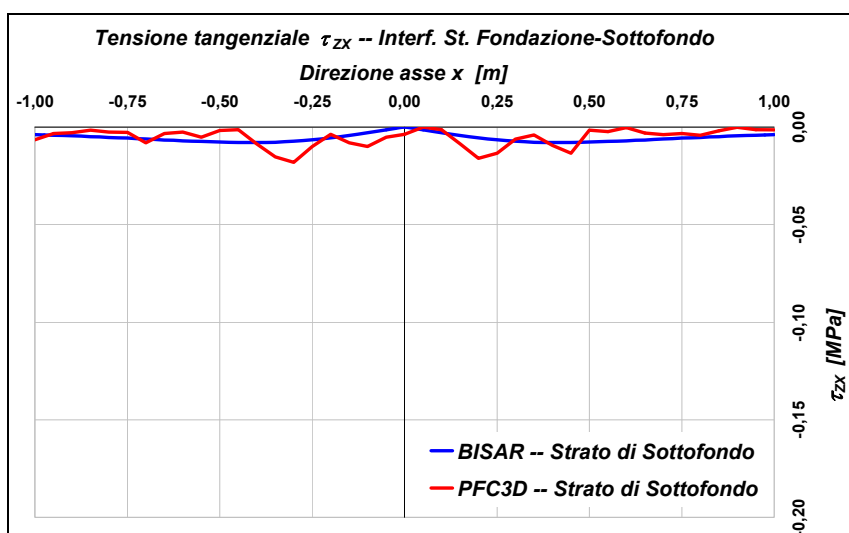
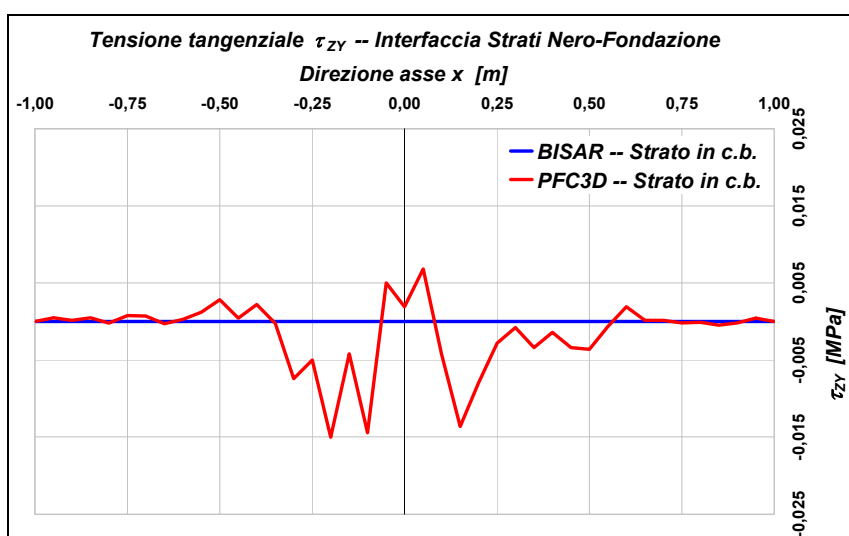
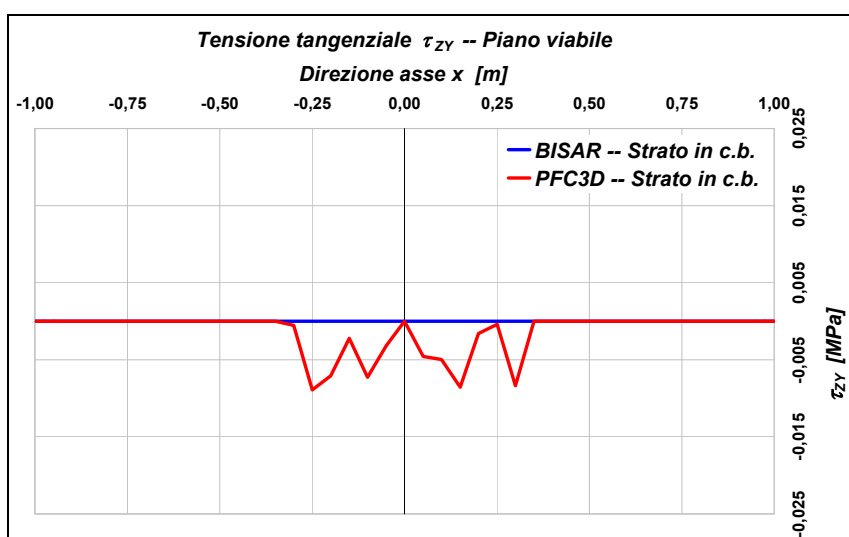


Figura 6.11: Andamento delle tensioni τ_{ZX} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ascisse



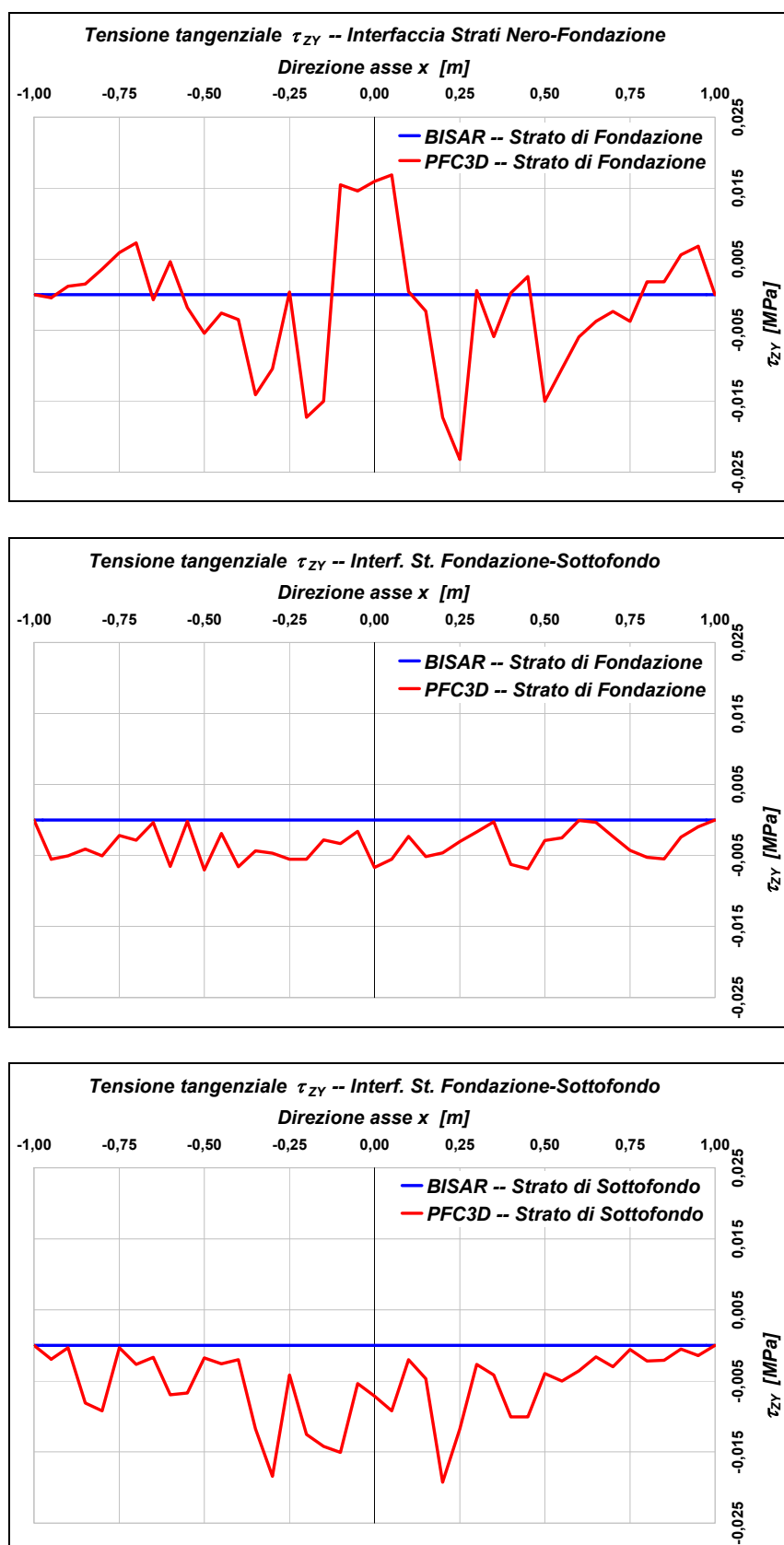
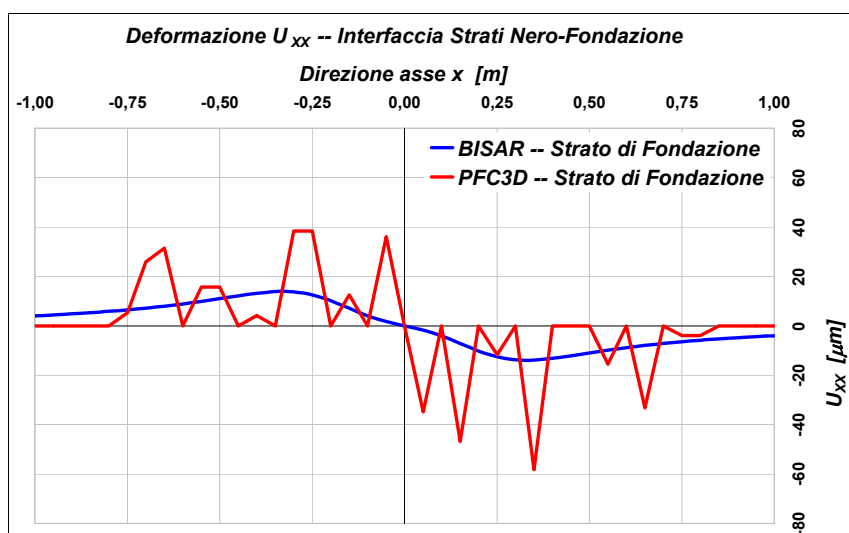
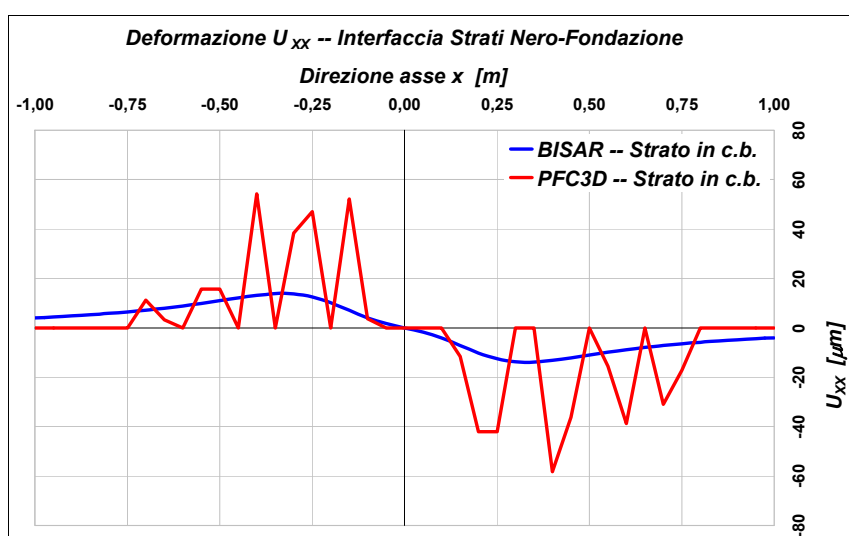
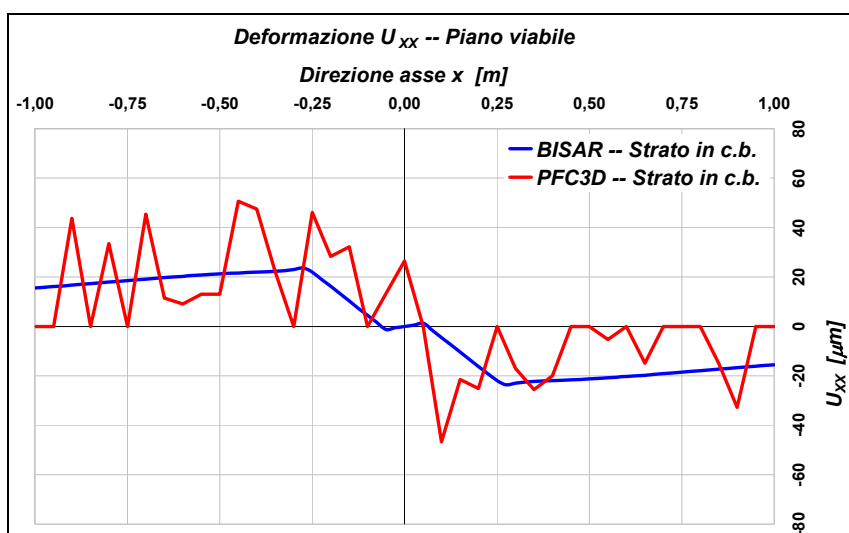


Figura 6.12: Andamento delle tensioni τ_{ZY} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ascisse



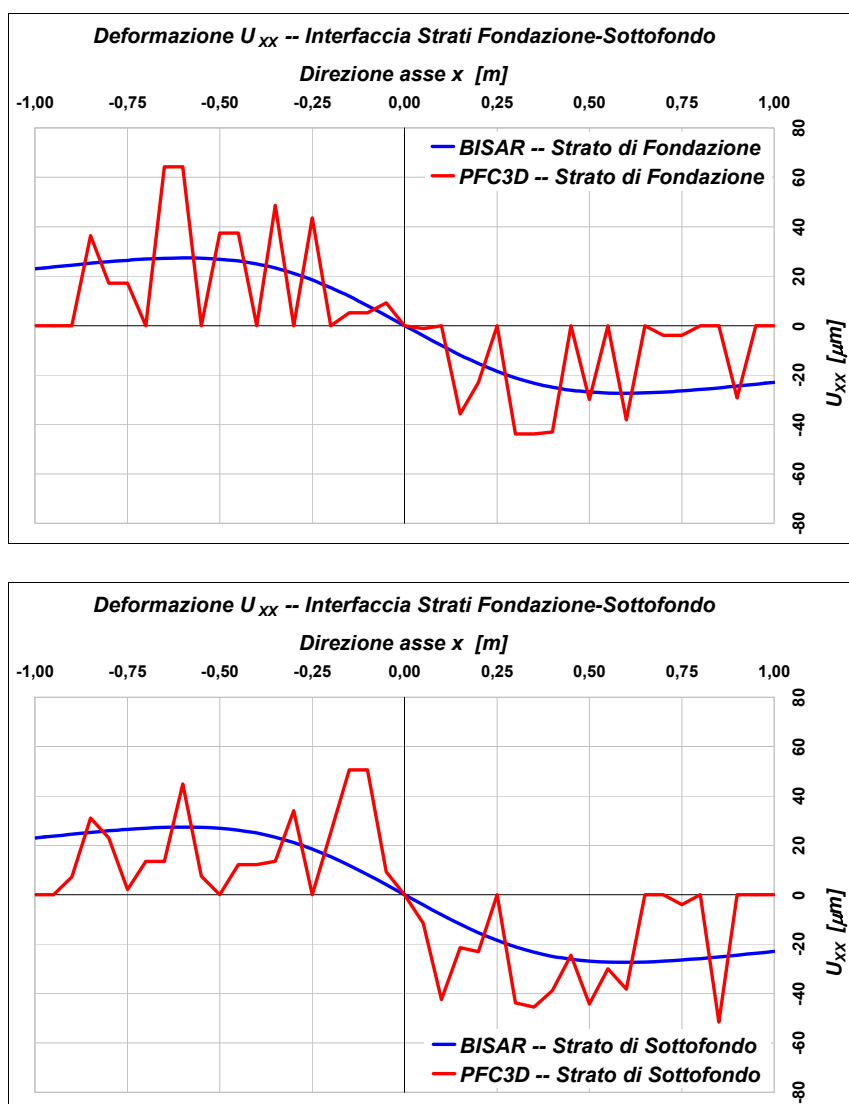
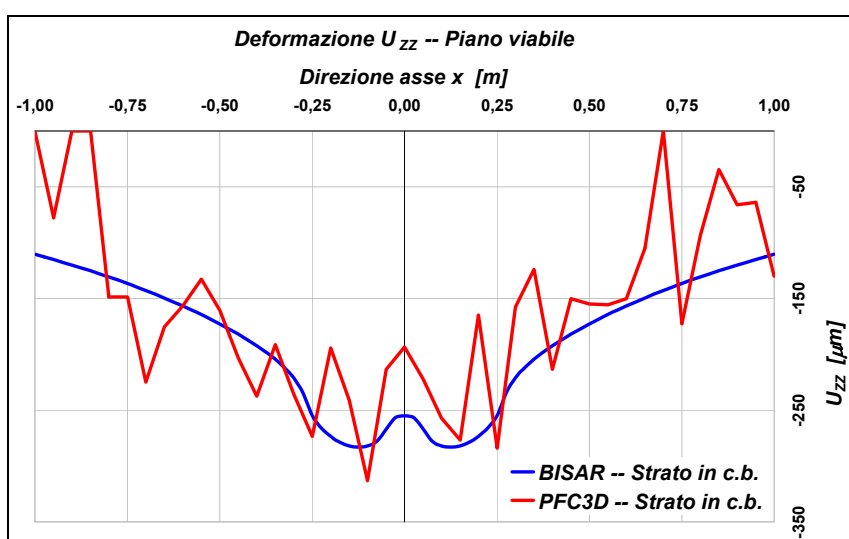
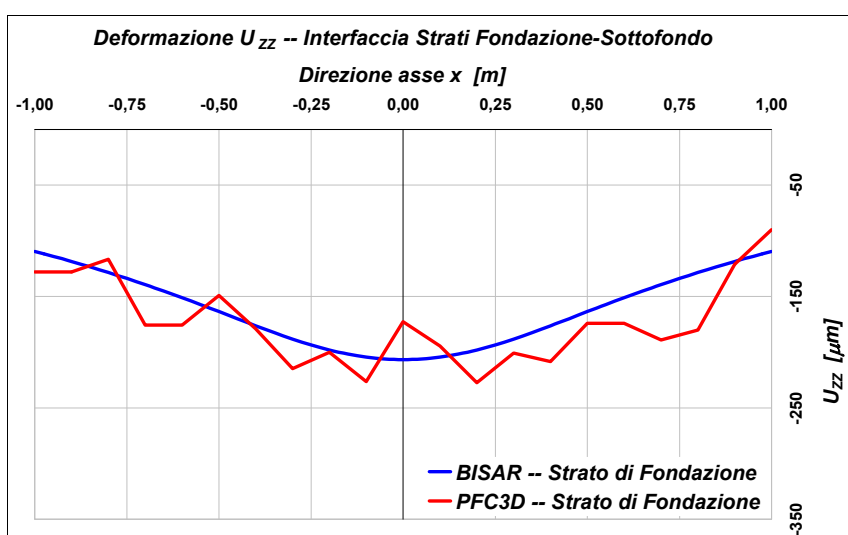
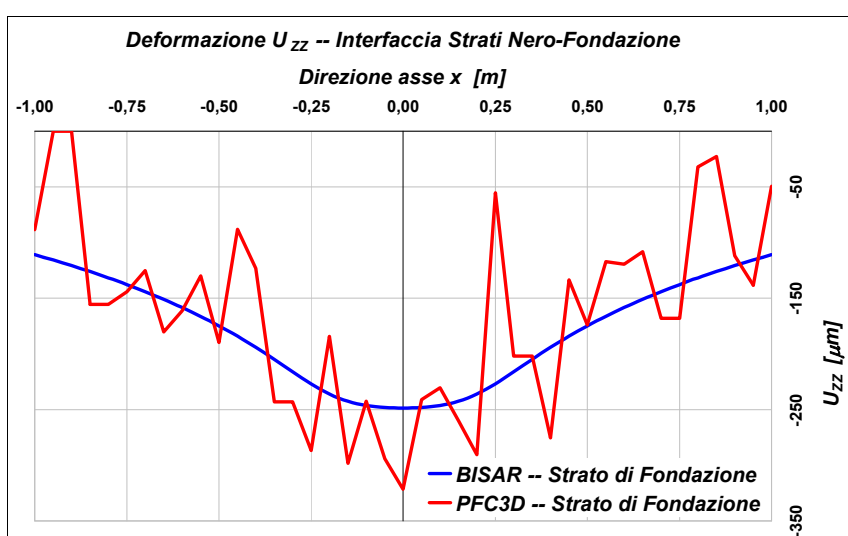
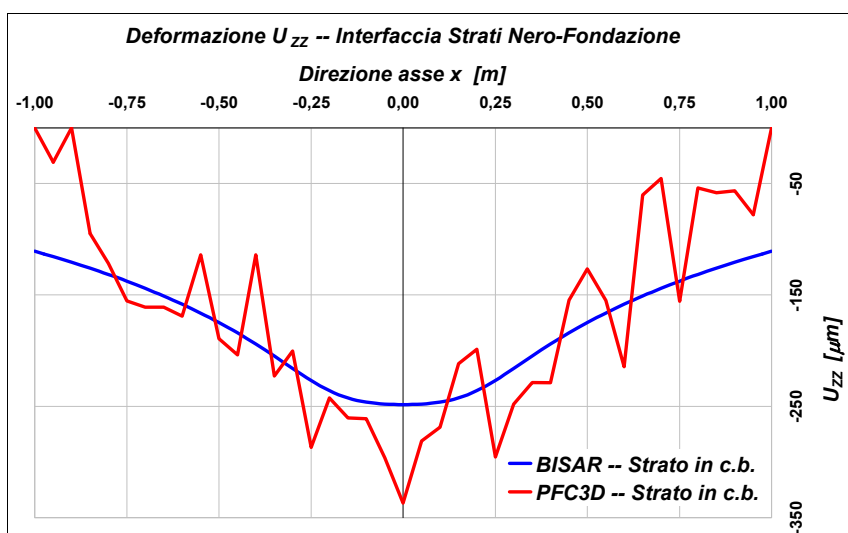


Figura 6.13: Andamento delle deformazioni U_{xx} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ascisse





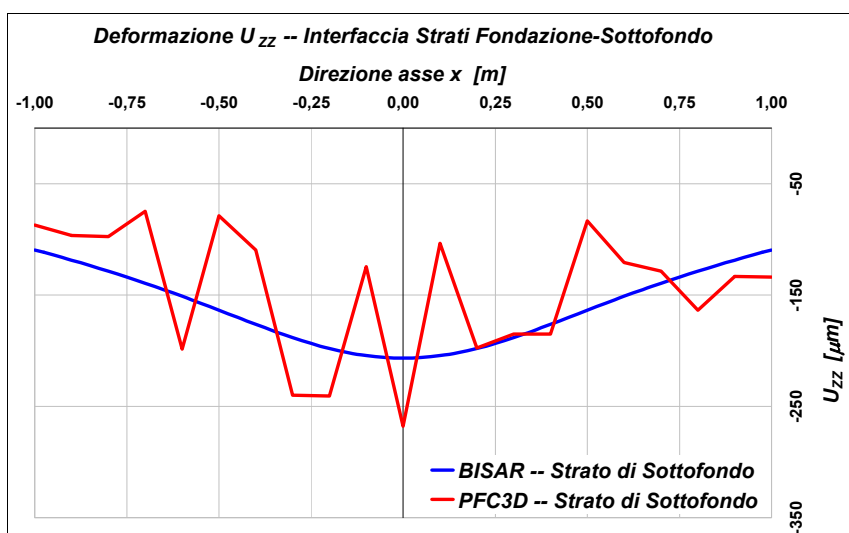


Figura 6.14: Andamento delle deformazioni U_{zz} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ascisse

Tabella 5.7: Errori assoluti e relativi tra i modelli *DEM* e multistrato elastico

Interf.	Tens.	A_{BISAR} [m ²]	A_{PFC3D} [m ²]	$e_{ASS.}$ [m ²]	$e_{REL.}$ [%]	Interf.	Tens.	A_{BISAR} [m ²]	A_{PFC3D} [m ²]	$e_{ASS.}$ [m ²]	$e_{REL.}$ [%]
Pneum.	U_{xx}	$3.38 \cdot 10^{-5}$	$3.30 \cdot 10^{-5}$	$8.05 \cdot 10^{-7}$	2.38	Pneum.	U_{zz}	$3.76 \cdot 10^{-4}$	$3.22 \cdot 10^{-4}$	$5.38 \cdot 10^{-5}$	14.33
Nero	U_{xx}	$1.62 \cdot 10^{-5}$	$2.67 \cdot 10^{-5}$	$1.04 \cdot 10^{-5}$	64.30	Nero	U_{zz}	$3.60 \cdot 10^{-4}$	$3.37 \cdot 10^{-4}$	$2.33 \cdot 10^{-5}$	6.47
Fond.	U_{xx}	$1.62 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^{-5}$	$5.35 \cdot 10^{-6}$	32.92	Fond.	U_{zz}	$3.60 \cdot 10^{-4}$	$3.34 \cdot 10^{-4}$	$2.63 \cdot 10^{-5}$	7.30
Nero	U_{xx}	$1.62 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^{-5}$	$5.35 \cdot 10^{-6}$	32.92	Nero	U_{zz}	$3.60 \cdot 10^{-4}$	$3.34 \cdot 10^{-4}$	$2.63 \cdot 10^{-5}$	7.30
Fond.	U_{xx}	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$3.41 \cdot 10^{-5}$	$8.59 \cdot 10^{-6}$	20.13	Fond.	U_{zz}	$3.25 \cdot 10^{-4}$	$1.76 \cdot 10^{-4}$	$1.50 \cdot 10^{-4}$	5.81
Sott.	U_{xx}	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$3.85 \cdot 10^{-5}$	$4.22 \cdot 10^{-6}$	9.88	Sott.	U_{zz}	$3.25 \cdot 10^{-4}$	$1.47 \cdot 10^{-4}$	$1.78 \cdot 10^{-4}$	11.59
Fond.	U_{xx}	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$3.85 \cdot 10^{-5}$	$4.22 \cdot 10^{-6}$	9.88	Fond.	U_{zz}	$3.25 \cdot 10^{-4}$	$1.47 \cdot 10^{-4}$	$1.78 \cdot 10^{-4}$	11.59
Sott.	U_{xx}	$4.27 \cdot 10^{-5}$	$3.85 \cdot 10^{-5}$	$4.22 \cdot 10^{-6}$	9.88	Sott.	U_{zz}	$3.25 \cdot 10^{-4}$	$1.47 \cdot 10^{-4}$	$1.78 \cdot 10^{-4}$	11.59
Interf.	Tens.	F_{BISAR} [N]	F_{PFC3D} [N]	$e_{ASS.}$ [N]	$e_{REL.}$ [%]	Interf.	Tens.	F_{BISAR} [N]	F_{PFC3D} [N]	$e_{ASS.}$ [N]	$e_{REL.}$ [%]
Pneum.	σ_{zz}	61147	60170	977	1.60	Pneum.	τ_{zx}	0	4955	2071	---
Nero	σ_{zz}	60735	62414	1679	2.77	Nero	τ_{zx}	23010	26923	401	1.74
Fond.	σ_{zz}	60735	62886	2152	3.54	Fond.	τ_{zx}	23010	26257	251	1.09
Nero	σ_{zz}	60735	62886	2152	3.54	Nero	τ_{zx}	23010	26257	251	1.09
Fond.	σ_{zz}	61575	63599	2024	3.29	Fond.	τ_{zx}	7905	7731	174	2.20
Sott.	σ_{zz}	61575	63877	2303	3.74	Sott.	τ_{zx}	7905	7580	326	4.12
Fond.	σ_{zz}	61575	63877	2303	3.74	Fond.	τ_{zx}	7905	7580	326	4.12
Sott.	σ_{zz}	61575	63877	2303	3.74	Sott.	τ_{zx}	7905	7580	326	4.12
Interf.	Tens.	F_{BISAR} [N]	F_{PFC3D} [N]	$e_{ASS.}$ [N]	$e_{REL.}$ [%]						
Pneum.	τ_{zy}	0	2884	2884	---						
Nero	τ_{zy}	0	3512	3512	---						
Fond.	τ_{zy}	0	2996	2996	---						
Nero	τ_{zy}	0	2996	2996	---						
Fond.	τ_{zy}	0	7918	7918	---						
Sott.	τ_{zy}	0	8178	8178	---						
Fond.	τ_{zy}	0	8178	8178	---						
Sott.	τ_{zy}	0	8178	8178	---						

Lo stato tenso-deformativo è stato inoltre investigato lungo la giacitura verticale, parallela all'asse delle ordinate, passante per il centro dell'impronta dei pneumatici destro e sinistro (figura 6.15).

Per i modelli *DEM* e multistrato elastico è stato determinato l'andamento delle tensioni σ_{zz} , σ_{xx} e τ_{zx} lungo la coppia di allineamenti ottenuti per intersezione delle giaciture in esame col piano verticale parallelo all'asse delle ascisse e contenente i centri delle impronte (figure 6.16, 6.17 e 6.18).

Sono state quindi calcolate le aree sottese dalle curve dei grafici e per una stessa tensione sono stati infine determinati gli errori assoluti e relativi tra i modelli *PFC^{3D}* e *BISAR* (tabella 6.8).

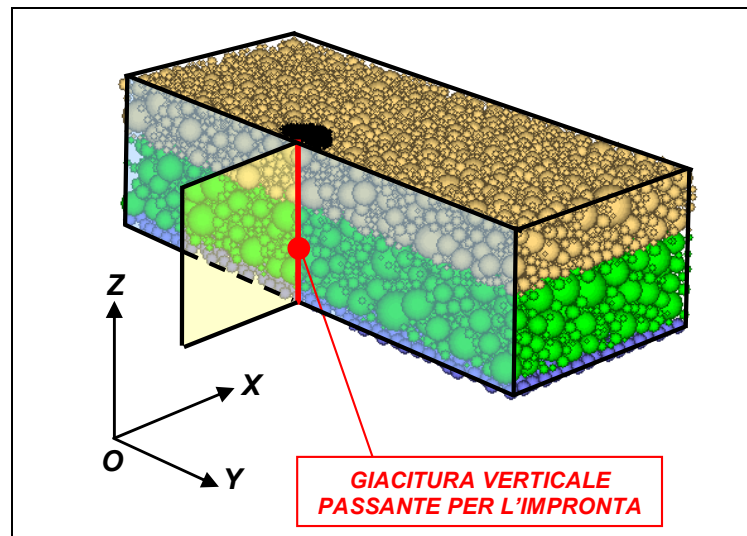


Figura 5.16: Giacitura verticale lungo la quale viene studiato lo stato tenso-deformativo

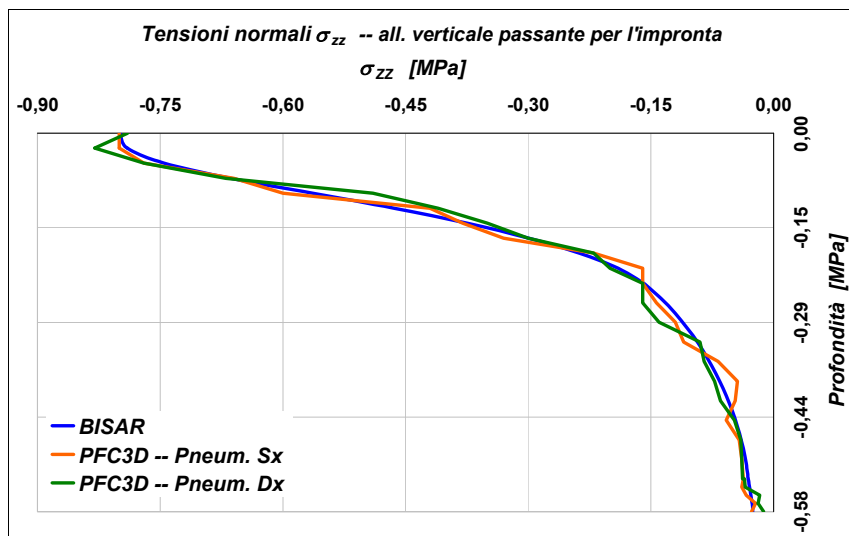


Figura 6.16: Andamento delle deformazioni σ_{zz} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ordinate

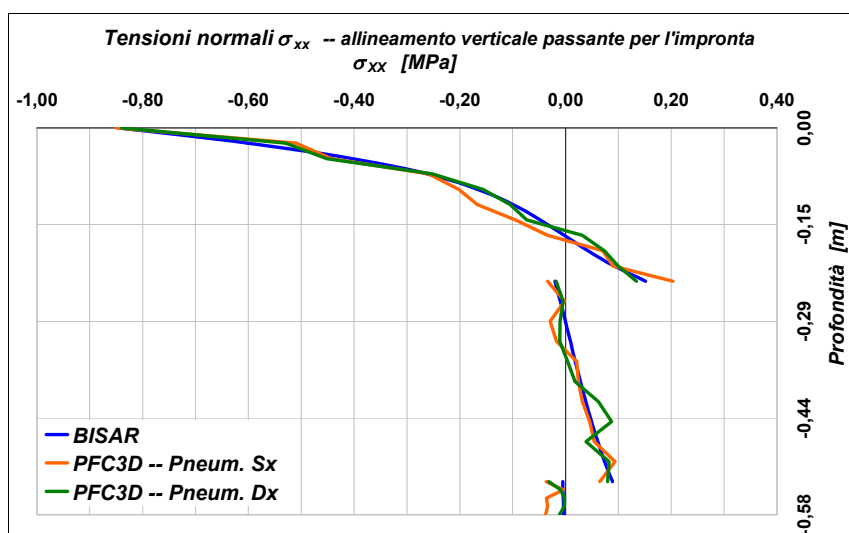


Figura 6.17: Andamento delle deformazioni σ_{xx} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ordinate

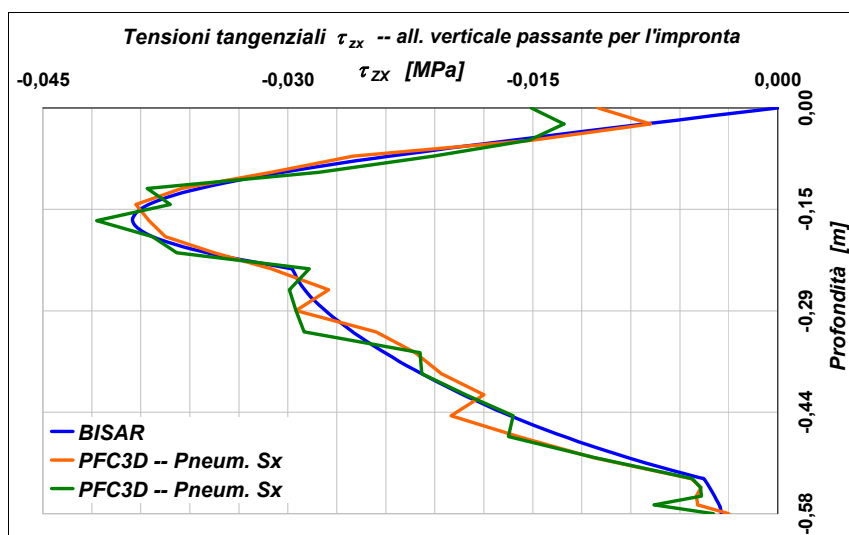


Figura 6.18: Andamento delle deformazioni τ_{zx} lungo l'allineamento di riferimento parallelo all'asse delle ordinate

Tabella 6.8: Errori assoluti e relativi tra i modelli *DEM* e multistrato elastico

Pneum.	Tens.	F_{BISAR} [N/m]	F_{PFC3D} [N/m]	$e_{ASS.}$ [N/m]	$e_{REL.}$ [%]
Sx	σ_{zz}	134482	135524	1042	0.77
Dx	σ_{zz}	134482	134769	287	0.21
Sx	σ_{xx}	32491	37340	4849	14.92
Dx	σ_{xx}	32491	31018	1473	4.53
Sx	τ_{zx}	12746	13070	325	2.55
Dx	τ_{zx}	12746	13347	602	4.72

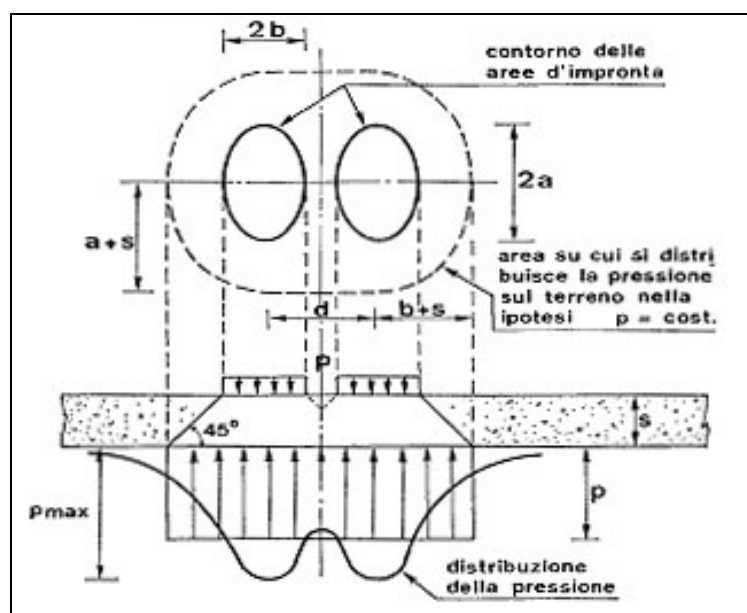


Figura 6.19: Distribuzione delle pressioni nel multistrato per una pavimentazione caricata mediante una coppia di impronte

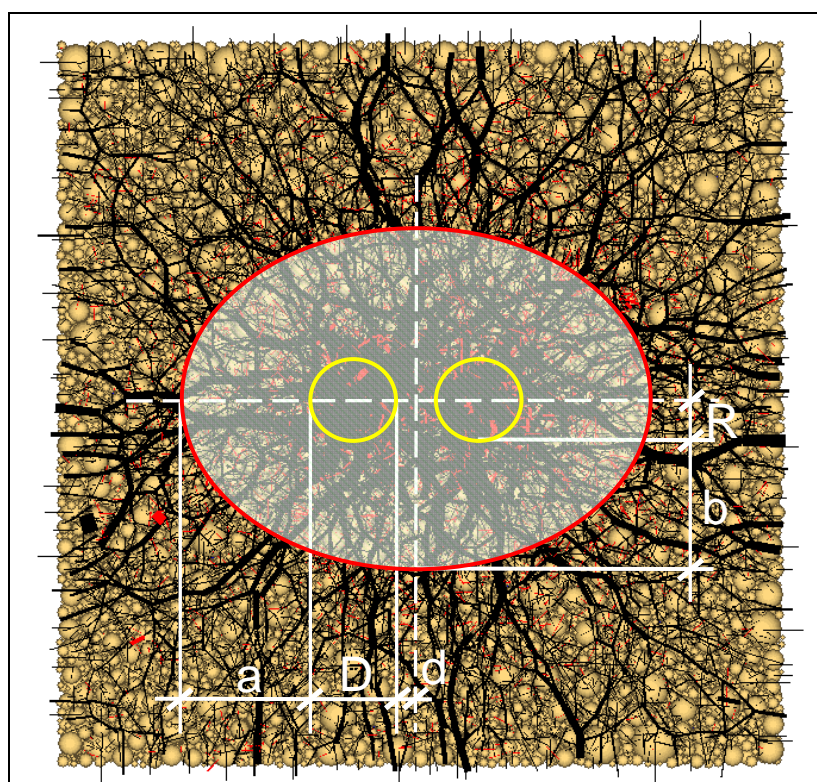


Figura 6.20: Distribuzione delle forze di contatto nel modello *DEM* caricato una coppia di impronte circolari

All'equilibrio il modello *DEM* presenta una distribuzione delle forze di contatto concentrate all'interno del solido tronco-conico, riportato in figura 6.20, con sezione all'interfaccia fondazione-sottofondo di forma ellittica definita mediante i termini geometrici a , b , R , D e d . Con R e D si indicano il raggio ed il diametro delle impronte, d rappresenta la distanza del bordo interno dell'impronta dall'asse y ed i termini a e b sono pari allo spessore complessivo degli strati legati più la fondazione.

Il modello *DEM* approssima quindi con buona precisione il cono di diffusione delle pressioni generate, negli strati della sovrastruttura, da una coppia di ruote gemellate (figura 6.19) (Baldacci, 1989).

I modelli *DEM* e multistrato elastico hanno sviluppato per le tensioni σ_{zz} e τ_{zx} , nei piani di interfaccia tra strati, diagrammi con il medesimo andamento qualitativo; le tensioni, con valore massimo nei punti sottostanti alle impronte, tendono infatti a decrescere progressivamente verso i margini laterali di ciascun modello.

Il multistrato elastico, diversamente dal modello ad elementi distinti particellari, presenta invece valori nulli per le tensioni τ_{zy} a causa della mancanza di forze orizzontali frenanti orientate lungo y .

Le tensioni τ_{zy} sono diverse da zero nel modello *DEM* per l'anisotropia del mezzo granulare, la cui struttura microscopica è formata da elementi sferici con configurazione asimmetrica rispetto al piano verticale XZ passante per i centri delle impronte.

Il modello *DEM* approssima inoltre correttamente lo spostamento verticale U_{zz} , sviluppando alle interfacce stati deformativi massimi tra le impronte e decrescenti verso i bordi del sistema particellare secondo un andamento del tipo "a campana".

Il modello *DEM* sviluppa, per la deformazione orizzontale U_{xx} , un diagramma con andamento simile a quello determinato mediante il codice di calcolo *BISAR*, caratterizzato però da valori puntuali superiori ai corrispondenti del multistrato elastico.

Tale difformità tra i risultati *DEM* e *BISAR* è imputabile alla forma sferica della particelle del modello numerico diversa da quella non arrotondata o a spigoli vivi, propria dei grani costituenti la miscela reale.

Particelle con forma sferica non sono soggette al meccanismo di ingranamento reciproco, responsabile a parità di sollecitazione di una minore deformazione volumetrica e di una maggiore deformazione assiale [14].

Nel modello *DEM*, a causa della forma delle particelle, le forze verticali delle ruote gemellate generano quindi una deformazione orizzontale superiore a quella del multistrato elastico.

Lungo gli allineamenti verticali passanti per i centri delle impronte il modello *DEM* approssima con elevata precisione gli stati tensionali del multistrato elastico per le tensioni normali σ_{zz} , σ_{xx} e τ_{zx} , sviluppando un errori sulla risultante rispettivamente pari a 0.77 %, 14.92 % e 4.72 %.

L' errore massimo sulle giaciture orizzontali è inoltre del 4.50 % per le tensioni e del 65 % per gli spostamenti.

5. CONCLUSIONI

Il modello ad elementi distinti particellari della sovrastruttura stradale flessibile è formato da 29500 particelle, con assortimento granulometrico incrementato del fattore di scala 3.5, rispetto alla distribuzione reale, mediante la tecnica dell'*Up-scaling*.

La tecnica di generazione particellare utilizzata ha consentito di creare un modello formato da un numero minore di elementi, al fine di rendere i tempi di calcolo accettabili senza modificare i rapporti tra le diverse frazioni granulometriche e di conservare i parametri caratteristici del materiale granulare, necessari per una corretta modellazione della risposta macroscopica del conglomerato bituminoso.

La definizione nei punti di contatto del legame di tipo visco-elastico ha permesso di simulare correttamente lo stato tenso-deformativo caratterizzante la pavimentazione durante la fase di carico con due impronte circolari, le quali hanno esercitato sul piano viabile una forza verticale di 60 kN.

Per il modello *DEM*, in equilibrio sotto l'azione di tali forze, è stato determinato lo stato tenso-deformativo lungo giaciture di riferimento orizzontali e verticali, comparando i diagrammi delle tensioni e degli spostamenti con i corrispondenti per la stessa sovrastruttura pensata come multistrato elastico.

Il modello *DEM* ha innanzitutto sviluppato forze di contatto concentrate soprattutto nel cono di diffusione sottostante alla coppia delle impronte, comparabile a quello ipotizzato per le pressioni del multistrato elastico nella medesima condizione di carico.

Tale modello ha inoltre riprodotto correttamente i diagrammi delle tensioni e delle deformazioni investigate mediante il codice di calcolo *BISAR*, sviluppando una deformazione orizzontale maggiore a causa del minore ingranamento delle particelle di forma sferica.

Il metodo degli elementi distinti particellari può quindi ritenersi un utile strumento per indagare la reale modifica strutturale microscopica indotta nel materiale dalle forze esterne.

La schematizzazione della sovrastruttura come insieme particellare ha infatti permesso di simulare l'anisotropia del conglomerato bituminoso, dipendente dall'assortimento granulometrico della miscela e dalla forma dei singoli grani, che diversifica la risposta meccanica in base alla direzione anche in presenza di provini con simmetria di forma e condizione di carico.

Negli strati in conglomerato bituminoso la tensione tangenziale applicata alla generica giacitura orizzontale, risultante dalla composizione vettoriale degli sforzi τ_{ZX} e τ_{ZY} , dipende infatti dalla risposta meccanica anisotropa del materiale granulare alle sollecitazioni.

Il metodo *DEM*, diversamente dai metodi basati sulla teoria del continuo, riproduce quindi l'effettivo grado di anisotropia del materiale, minimo nella direzione di applicazione del carico e di valore massimo lungo la direzione ortogonale alla retta d'azione della forza [65].

Il modello *DEM* riproduce correttamente il comportamento anisotropo della miscela, permettendo inoltre la simulazione dell'ingranamento particellare mediante l'unione di elementi sferici con la tecnica dei *cluster*, al fine di creare grani di forma non arrotondata.

Tale metodo permette quindi di determinare, previa corretta calibrazione dei parametri microscopici in base a quelli macroscopici desunti dalle prove di laboratorio, l'effettiva perturbazione generata nella sovrastruttura dalle forze esterne; il metodo ad elementi distinti particellari simula infatti all'interno del multistrato le reali forze di contatto responsabili del fenomeno fessurativo e di ormaimento della pavimentazione.

Con tecniche numeriche di elaborazione digitale delle immagini di sezioni di un provino, sarà quindi possibile riprodurre nel modello il reale assortimento della miscela; la successiva definizione ai contatti di leggi costitutive microscopiche sviluppate in base all'assortimento dell'aggregato, alla forma dei grani ed alle proprietà di adesione e coesione del bitume, permetterà infine lo studio delle effettive condizioni critiche caratterizzanti il materiale in opera durante la vita utile della pavimentazione.

CAPITOLO 7

CONCLUSIONI

1. INTRODUZIONE

Nella presenti tesi è stata eseguita la modellazione del conglomerato bituminoso con il metodo degli elementi distinti particellari, per investigare le modifiche strutturali microscopiche alla base della risposta deformativa macroscopica della miscela; in commercio esistono infatti codici di calcolo che implementano leggi costitutive inerenti al mezzo continuo con effetti dinamici e viscosi; tali programmi, diversamente da quelli ad elementi distinti particellari, non consentono però lo studio dell'influenza dell'assortimento granulometrico dell'aggregato, della forma delle particelle e dello spessore del *film* di bitume sulla risposta meccanica del materiale alle sollecitazioni.

Mediante il codice di calcolo *PFC (Particle Flow Code)* basato sul metodo degli elementi distinti particellari, sono state quindi modellate prove di tipo statico e dinamico; tali simulazioni hanno sviluppato stati deformativi congruenti ai corrispondenti nei provini, intensità delle forze applicate concordi ai risultati di laboratorio e stati tensionali, lungo i piani diametrali, verosimili a quelli reali.

Sono stati generati modelli bidimensionali per la prova *Marshall* e tridimensionale per l'*ITSM test*.

È stata successivamente eseguita la modellazione *DEM* 3D di una sovrastruttura flessibile formata dai seguenti strati: quello superficiale rappresentativo degli strati reali legati con bitume, quello di fondazione in stabilizzato granulometrico ed infine quello di sottofondo.

La diffusione delle forze di contatto nel modello *DEM* della pavimentazione, caricato mediante una coppia di impronte circolari, ha sviluppato alle interfacce degli strati uno stato tenso-deformativo concorde al corrispondente investigato nel multistrato elastico.

Il modello *DEM* ha infatti permesso di studiare gli effetti dell'anisotropia sulla risposta deformativa della miscela, dipendente dall'assortimento granulometrico dell'aggregato e dalla forma dei singoli grani.

È stato inoltre possibile indagare la reale perturbazione indotta all'interno del conglomerato bituminoso dalle sollecitazioni esterne, rappresentata da forze di contatto e spostamenti interparticellari.

Per un materiale granulare l'approccio classico della scienza delle costruzioni, secondo cui le forze esterne generano nel mezzo continuo, omogeneo ed isotropo uno stato tenso-deformativo, è infatti semplicistico e riduttivo.

Le trasformazioni meccaniche indotte nel conglomerato bituminoso da forze esterne cicliche, alla base dei fenomeni di ormaiamento e fessurazione per fatica, sono correlate al lavoro di deformazione compiuto sulla struttura microscopica dalle forze di contatto.

Con metodi basati sulla teoria del mezzo continuo, come ad esempio il *FEM*, non è infatti possibile indagare la reale deformazione interparticellare, poiché ad ogni punto interno al corpo viene associato uno stato tensionale rappresentativo del valor medio delle forze di contatto agenti nell'area infinitesima, inferiore ai valori di picco necessari all'innescare dei fenomeni di deterioramento della pavimentazione.

La modellazione ad elementi distinti particellari è una tecnica impiegata da circa trenta anni nell'ambito della meccanica delle terre, le cui potenzialità non sono ancora state pienamente utilizzate per lo studio del comportamento del conglomerato bituminoso sollecitato con carichi ciclici e dinamici.

In bibliografia è ridotto il numero di prove sulle miscele legate simulate con il metodo degli elementi distinti particellari e la maggior parte dei modelli, di tipo bidimensionale, non riproducono la porosità reale e la deformazione volumetrica della miscela.

La bibliografia fa infatti riferimento soprattutto a modelli di provini con dimensioni dell'ordine del centimetro e non riporta inoltre esempi di modelli *DEM* 3D di sovrastrutture flessibili sollecitate da carichi veicolari.

Il campo della modellazione *DEM* applicata ai conglomerati bituminosi merita quindi di essere indagato al fine di comprendere le possibili correlazioni esistenti tra parametri microscopici e risposta macroscopica del materiale.

Una descrizione completa e dettagliata del problema comporta l'utilizzo di sistemi particellari che riproducano completamente la curva granulometrica reale; attualmente modelli così definiti necessitano di tempi di calcolo, per la sola generazione, dell'ordine del mese; è quindi improbabile, date le prestazioni attuali dei *Personal Computer*, seguire una schematizzazione siffatta del problema.

I lunghi tempi di calcolo hanno quindi reso necessario l'utilizzo della tecnica dell'*Up-scaling*, mediante la quale le dimensioni delle particelle vengono incrementate secondo regole prestabilite, al fine di conservare i rapporti tra le frazioni granulometriche e mantenere inalterati i valori delle principali proprietà della miscela.

Mediante tale tecnica sono stati così realizzati modelli equivalenti al sistema reale, con distribuzione delle forze di contatto e delle deformazioni analoghe a quelle del provino in laboratorio o della miscela in sito.

Un'ulteriore difficoltà riscontrata durante la modellazione con il metodo degli elementi distinti particellari, è stata la definizione del corretto valore per i parametri microscopici mediante le grandezze macroscopiche desunte con prove di laboratorio.

Il primo problema è stato inerente alla determinazione delle rigidzze di contatto normale e tangenziale in base alla deformazione volumetrica ed ai moduli statici o dinamici per il materiale in campo elastico.

Le grandezze microscopiche sono inoltre dipendenti da parametri caratteristici del sistema particellare, come il numero medio di contatti per particella, l'indice dei vuoti ed il raggio medio dell'insieme di elementi.

In appendice è stata quindi sviluppata una equazione che correla le rigidzze normale e tangenziale per un sistema particellare in funzione delle grandezze fisiche macroscopiche del materiale e della effettiva distribuzione particellare.

Calcolate le rigidzze di contatto, il passo successivo ha riguardato la definizione di una legge costitutiva microscopica rappresentativa, per il materiale, della viscosità e dell'eventuale *softening*.

Attualmente si implementano nei punti di contatto le equazioni visco-elastiche di modelli fenomenologici, basati sulla teoria del mezzo continuo, che esprimono il lavoro di deformazione del sistema in funzione del tempo, mediante le costanti di molle ed ammortizzatori opportunamente connessi.

Al fine di simulare correttamente le proprietà visco-elastiche del conglomerato, sarà quindi necessario sviluppare modelli costitutivi basati sulle reali modifiche strutturali microscopiche del materiale granulare, adottando inoltre sistemi formati da grani di forma non arrotondata, per meglio simulare il meccanismo dell'ingranamento particellare, cementando particelle sferiche con la tecnica dei *cluster*.

Mediante processori più potenti è infine possibile realizzare modelli con un numero maggiore di elementi e ridurre i tempi di calcolo delle simulazioni, sottoponendo così sistemi di dimensioni dell'ordine del metro, come ad esempio il multistrato di una pavimentazione, a carichi ciclici fino a rottura.

APPENDICE

CORRELAZIONE TRA PARAMETRI MICROSCOPICI E MACROSCOPICI PER UN MEZZO GRANULARE

Si prenda in esame una particella con forma sferica di raggio R , che trasmette forze e momenti agli elementi adiacenti attraverso punti di reciproco contatto.

Lo studio della correlazione tra parametri microscopici e macroscopici viene eseguita in base alla seguente ipotesi: le coppie di particelle sono soggette al solo movimento traslatorio con campo degli incrementi di deformazione specifica $\Delta\varepsilon$ uniforme.

Per una generica coppia di particelle con j si indica l'asse orientato lungo la retta d'azione della forza di contatto, k è quello passante per i centri della sfere e ℓ è invece perpendicolare a k (figura A.1).

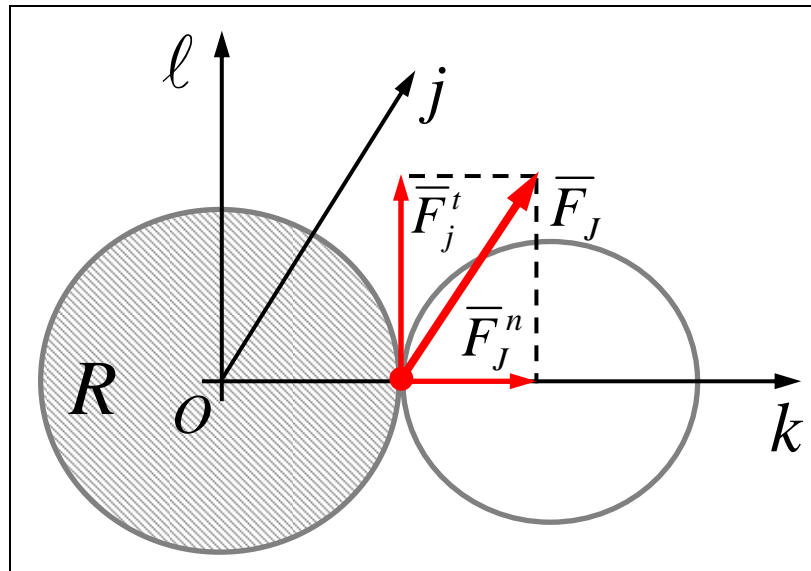


Figura A.1: Coppia di particelle con forza di contatto

La forza di contatto (\bar{F}_j) viene determinata mediante la composizione vettoriale delle componenti normale F_j^n e tangenziale F_j^t , in base alle corrispondenti deformazioni relative ($\Delta\varepsilon_{jk}$ e $\Delta\varepsilon_{jl}$), alle rigidezze k_n e k_s ed ai versori n_j , n_k e n_l .

$$\begin{aligned} F_j^n &= \bar{F}_j \cdot \bar{n}_k = \\ &= u_j^r \bar{n}_j k_n \cdot \bar{n}_k = \\ &= \Delta\varepsilon_{jk} n_j n_k L k_n \end{aligned} \quad (A.1)$$

$$\begin{aligned} F_j^t &= \bar{F}_j^t \cdot \bar{n}_l = \\ &= u_j^r \bar{n}_j k_s \cdot \bar{n}_l = \\ &= \Delta\varepsilon_{jl} n_j n_l L k_s \\ &= (\Delta\varepsilon_{jk} n_k - \Delta\varepsilon_{kl} n_k n_j n_l) L k_s \end{aligned} \quad (A.2)$$

$$\begin{aligned} F_j &= F_j^n + F_j^t = \\ &= [\Delta\varepsilon_{jk} n_k k_s - \Delta\varepsilon_{kl} n_k n_j n_l (k_n - k_s)] L \end{aligned} \quad (A.3)$$

La tensione media $\Delta\sigma_{ij}^{circonferenza}$ agente nella sezione della particella con versore normale n_i , viene determinata mediante la (A.4) dividendo la sommatoria delle componenti lungo n_i delle forze di contatto applicate alla corona per l'area circolare della giacitura.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{ij}^{circonferenza} &= -\frac{R}{A_p} \sum_{j=1}^m F_j n_i = \\ &= -\frac{1}{\pi R} \sum_{j=1}^m [\Delta\varepsilon_{jk} n_i n_k k_s - \Delta\varepsilon_{kl} n_i n_j n_k n_l (k_n - k_s)] L \end{aligned} \quad (A.4)$$

Mediante la (A.5) si calcola inoltre la tensione media $\Delta\sigma_{ij}^{fuso\ inf\ initiesimo}$ prodotta dalle forze applicate nei contatti del fuso infinitesimo di area dS_{fuso} con angolo al centro $d\alpha$.

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{ij}^{fuso\ inf\ initiesimo} &= \Delta\sigma_{ij}^{circonferenza} \cdot dS_{fuso} = \\ &= -\frac{R}{A_p} \sum_{j=1}^m F_j n_i \cdot dS_{fuso} = \\ &= \left[-\frac{1}{\pi R} \sum_{j=1}^m F_j n_i \right] \left[\frac{\pi R^2 d\alpha}{\pi/2} \right] = \\ &= \left[-\frac{1}{\pi R} \sum_{j=1}^m F_j n_i \right] d\alpha \quad (A.5)\end{aligned}$$

La tensione media $\Delta\sigma_{ij}^{particella}$ estesa alla superficie sferica di raggio R è quindi ottenuta per integrazione della (A.5) tra 0 e 2π , mentre la corrispondente $\Delta\sigma_{ij}^{media}$ relativa all'insieme di particelle viene calcolata come media sul volume della sommatoria delle singole tensioni medie particellari.

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{ij}^{particella} &= \int_0^{2\pi} \Delta\sigma_{ij}^{fuso\ inf\ initiesimo} = \\ &= \int_0^{2\pi} \left[-\frac{1}{\pi R} \sum_{j=1}^m F_j n_i \right] d\alpha = \\ &= -4R \sum_{j=1}^m F_j n_i = \\ &= -4R \left[\Delta\varepsilon_{jk} n_i n_k k_s - \Delta\varepsilon_{kl} n_i n_j n_k n_l (k_n - k_s) \right] L \quad (A.6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{ij}^{media} &= \frac{1}{V_{tot}} \sum_{p=1}^q \Delta\sigma_{ij}^p A_p = \\ &= \frac{1}{V_{tot}} \sum_{p=1}^q \left[(16\pi R^3) \sum_{j=1}^m (\Delta\varepsilon_{jk} n_i n_k k_s - \Delta\varepsilon_{kl} n_i n_j n_k n_l (k_n - k_s)) L \right] = \\ &= \frac{1}{V_{tot}} \sum_{p=1}^q \left[(16\pi R^3) \sum_{j=1}^m (\Delta\varepsilon_{jk} n_i n_k k_s - \Delta\varepsilon_{kl} n_i n_j n_k n_l K_D) L \right] \quad (A.7)\end{aligned}$$

Dove:

$$K_D = k_n - k_s$$

L'equazione (A.7) viene specializzata in base alle tensioni σ_{xx} , $\Delta\sigma_{yy}$, σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} , costituenti il tensore degli sforzi $[\sigma]$ definito per il sistema particellare mediante una terna cartesiana ortogonale di riferimento Oxyz.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = & \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [3n_x^2 k_s + n_x^4 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_x^2 n_z^2 K_D] + \right. \\ & \left. + \varepsilon_{xy} [3n_x n_y k_s + 2n_x^3 n_y K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x n_z k_s + 2n_x^3 n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [2n_x^2 n_y K_D] \right\} L \end{aligned} \quad (A.8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = & \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [3n_y^2 k_s + n_y^4 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_y^2 n_z^2 K_D] + \right. \\ & \left. + \varepsilon_{xy} [3n_x n_y k_s + 2n_y^3 n_x K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y n_z k_s + 2n_y^3 n_z K_D] \right\} L \end{aligned} \quad (A.9)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = & \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_z^2 k_s + n_z^4 K_D] + \right. \\ & \left. + \varepsilon_{xy} [3n_x n_z k_s + 2n_z^3 n_x K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_z^2 n_x n_y K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y n_z k_s + 2n_z^3 n_y K_D] \right\} L \end{aligned} \quad (A.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} = & \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [n_x^3 n_y K_D] + \varepsilon_{yy} [3n_x n_y k_s + n_y^3 n_x K_D] + \varepsilon_{zz} [n_x^2 n_y n_z K_D] + \right. \\ & \left. + \varepsilon_{xy} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_x n_z k_s + 2n_y^2 n_x n_z K_D] \right\} L \end{aligned} \quad (A.11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} = & \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [n_x^3 n_z K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_x n_z k_s + n_z^3 n_x K_D] + \right. \\ & \left. + \varepsilon_{xy} [2n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_x n_y k_s + 2n_z^2 n_x n_y K_D] \right\} L \end{aligned} \quad (A.12)$$

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \left\{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^3 n_z K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_y n_z k_s + n_z^3 n_y K_D] + \right.$$

$$+ \varepsilon_{xy} [2n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x n_y k_s + 2n_z^2 n_x n_y K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y^2 k_s + 2n_y^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (\text{A.13})$$

Le relazioni (A.8), (A.9), (A.10), (A.11), (A.12), (A.13) vengono semplificate trascurando termini del tipo $n_x^3 n_y$, $n_x^2 n_y$, $n_x n_y$, che assumono segno diverso in base al quadrante di appartenenza dei contatti e sviluppano conseguentemente valori piccoli rispetto, ad esempio, ai termini n_x^2 e n_x^4 .

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{xx} [3n_x^2 k_s + n_x^4 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_x^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [3n_y^2 k_s + n_y^4 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_y^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (\text{A.15})$$

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_z^2 k_s + n_z^4 K_D] \} L \quad (\text{A.16})$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{xy} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_y^2 K_D] \} L \quad (\text{A.17})$$

$$\sigma_{xz} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{xz} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (\text{A.18})$$

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{V_{TOT}} \sum_{p=1}^q 16\pi R^3 \sum_{j=1}^m \{ \varepsilon_{yz} [3n_y^2 k_s + 2n_y^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (\text{A.19})$$

I termini entro parentesi graffa, espressi in funzione delle coordinate x, y e z del r.c.o assoluto, vengono portati fuori dal doppio simbolo di sommatoria.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = & C \{ \varepsilon_{xx} [3n_x^2 k_s + n_x^4 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_x^2 n_z^2 K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [3n_x n_y k_s + 2n_x^3 n_y K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x n_z k_s + 2n_x^3 n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [2n_x^2 n_y K_D] \} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = & C \{ \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [3n_y^2 k_s + n_y^4 K_D] + \varepsilon_{zz} [n_y^2 n_z^2 K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [3n_x n_y k_s + 2n_y^3 n_x K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y n_z k_s + 2n_y^3 n_z K_D] \} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} = C \{ & \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_z^2 k_s + n_z^4 K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [3n_x n_z k_s + 2n_z^3 n_x K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_z^2 n_x n_y K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y n_z k_s + 2n_z^3 n_y K_D] \} L \quad (A.22)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} = C \{ & \varepsilon_{xx} [n_x^3 n_y K_D] + \varepsilon_{yy} [3n_x n_y k_s + n_y^3 n_x K_D] + \varepsilon_{zz} [n_z^2 n_x n_y K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_y^2 K_D] + \varepsilon_{xz} [2n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_x n_z k_s + 2n_y^2 n_x n_z K_D] \} L \quad (A.23)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{xz} = C \{ & \varepsilon_{xx} [n_x^3 n_z K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_x n_z k_s + n_z^3 n_x K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [2n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_z^2 K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_x n_y k_s + 2n_z^2 n_x n_y K_D] \} L \quad (A.24)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{yz} = C \{ & \varepsilon_{xx} [n_x^2 n_y n_z K_D] + \varepsilon_{yy} [n_y^3 n_z K_D] + \varepsilon_{zz} [3n_y n_z k_s + n_z^3 n_y K_D] + \\ & + \varepsilon_{xy} [2n_y^2 n_x n_z K_D] + \varepsilon_{xz} [3n_x n_y k_s + 2n_z^2 n_x n_y K_D] + \varepsilon_{yz} [3n_y^2 k_s + 2n_y^2 n_z^2 K_D] \} L \quad (A.25)\end{aligned}$$

Nelle relazioni (A.20), (A.21), (A.22), (A.23), (A.24), (A.25) il parametro C viene calcolato in base alla porosità del sistema (n), ai raggi delle particelle (R) ed alle distanze tra i centri (L).

$$C = 12[1-n] \frac{\sum_{p=1}^q \left[R^3 \sum_{j=1}^m L \right]}{\sum_{p=1}^q R^3}$$

Si sviluppano inoltre le tensioni componenti il tensore degli sforzi per un mezzo elastico, isotropo e continuo.

$$\sigma_{xx} = 2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{xx} + \nu [\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}] \right\} \quad (A.26)$$

$$\sigma_{yy} = 2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{yy} + \nu [\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}] \right\} \quad (\text{A.27})$$

$$\sigma_{zz} = 2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{zz} + \nu [\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}] \right\} \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_{xy} = G \varepsilon_{xy} \quad (\text{A.29})$$

$$\sigma_{xz} = G \varepsilon_{xz} \quad (\text{A.30})$$

$$\sigma_{yz} = G \varepsilon_{yz} \quad (\text{A.31})$$

La comparazione tra i sistemi (A.20)-(A.25) e (A.26)-(A.31) permettono lo sviluppo di relazioni, che correlano per un mezzo elastico ed isotropo lo stato deformativo del sistema continuo al corrispondente del sistema granulare.

$$2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{xx} + \nu [\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}] \right\} = C \left\{ [3n_x^2 k_s + n_x^4 K_D] \varepsilon_{xx} + [n_x^2 n_y^2 K_D] \varepsilon_{yy} + [n_x^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{zz} \right\} \quad (\text{A.32})$$

$$2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{yy} + \nu [\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}] \right\} = C \left\{ [n_x^2 n_y^2 K_D] \varepsilon_{xx} + [3n_y^2 k_s + n_y^4 K_D] \varepsilon_{yy} + [n_y^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{zz} \right\} \quad (\text{A.33})$$

$$2G \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{zz} + \nu [\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}] \right\} = C \left\{ [n_x^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{xx} + [n_y^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{yy} + [3n_z^2 k_s + n_z^4 K_D] \varepsilon_{zz} \right\} \quad (\text{A.34})$$

$$G \varepsilon_{xy} = C \left\{ [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_y^2 K_D] \varepsilon_{xy} \right\} \quad (\text{A.35})$$

$$G \varepsilon_{xz} = C \left\{ [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{xz} \right\} \quad (\text{A.36})$$

$$G \varepsilon_{yz} = C \left\{ [3n_y^2 k_s + 2n_y^2 n_z^2 K_D] \varepsilon_{yz} \right\} \quad (\text{A.37})$$

Eguagliando i termini relativi alla medesima incognita si ottengono le seguenti relazioni:

$$2G \left[\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] = C [3n_x^2 k_s + n_x^4 K_D] \quad (\text{A.38})$$

$$2G \left[\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] = C [3n_y^2 k_s + n_y^4 K_D] \quad (\text{A.39})$$

$$2G \left[\frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] = C [3n_z^2 k_s + n_z^4 K_D] \quad (\text{A.40})$$

$$2G\nu = C [n_x^2 n_y^2 K_D] \quad (\text{A.41})$$

$$2G\nu = C [n_x^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.42})$$

$$2G\nu = C [n_y^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.43})$$

$$G = C [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_y^2 K_D] \quad (\text{A.44})$$

$$G = C [3n_x^2 k_s + 2n_x^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.45})$$

$$G = C [3n_y^2 k_s + 2n_y^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.46})$$

$$G = C [2n_x^2 n_y^2 K_D] \quad (\text{A.47})$$

$$G = C [2n_x^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.48})$$

$$G = C [2n_y^2 n_z^2 K_D] \quad (\text{A.49})$$

I sistemi di equazioni (A.38)-(A.40) e (A.41)-(A.43) sono rappresentativi di incrementi della deformazione ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{zz} agenti normalmente alla giacitura presa in esame; il corrispondente modulo tangenziale (G) è quindi relativo allo stato tenso-deformativo di tipo triassiale.

Il sistema di equazioni (A.41)-(A.43) rende inoltre valide l'uguaglianza (A.50), permettendo così di esprimere il G_{Triax} in base al coefficiente di *Poisson* (ν), alla rigidità tangenziale (k_s) ed ai parametri C e K_D .

$$n_x = n_y = n_z = n \quad (\text{A.50})$$

$$G_{Triax} = \frac{9}{2} \frac{C}{\left[\frac{1}{\nu^2} + \frac{2}{1-2\nu} \right]^2} \cdot \frac{k_s^2}{K_D} \quad (\text{A.51})$$

I sistemi di equazioni (A.44)-(A.46) e (A.47)-(A.49) sono invece rappresentativi di incrementi della deformazione ε_{xy} , ε_{xz} e ε_{yz} agenti in direzione tangenziale alla giacitura presa in esame; il corrispondente modulo tangenziale (G) è quindi relativo allo stato tenso-deformativo di taglio.

Se nel sistema (A.44)-(A.46) si trascurano i termini di secondo ordine, diventa equivalente a quello (A.47)-(A.49), che permette di esprimere il G_{Shear} in funzione del G_{Triax} mediante la comparazione con il (A.41)-(A.43).

$$G_{Shear} = 4\nu G_{Triax} = \quad (A.52)$$

Per un insieme di particelle con distribuzione uniforme delle possibili configurazioni della geometria locale (figura A.2.a e A.2.b), si può ipotizzare il modulo tangenziale G media aritmetica di G_{Triax} e G_{Shear} .

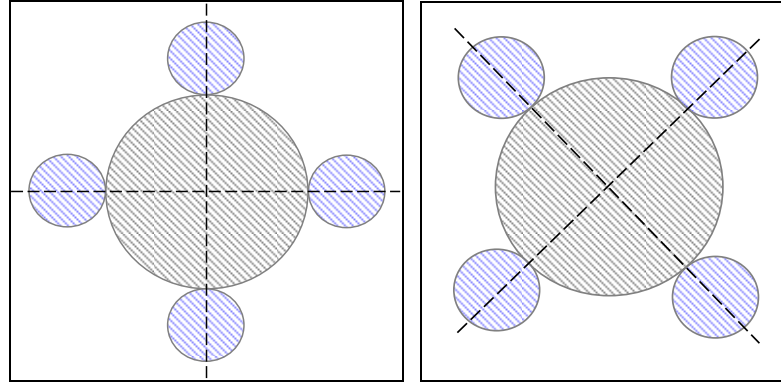


Figura A.2: Configurazioni limite per un sistema di particelle

$$\begin{aligned} G &= \frac{9}{4} C \frac{1+4\nu}{\left[\frac{1}{\nu^2} + \frac{2}{1-2\nu} \right]^2} \cdot \frac{1}{\frac{k_n}{k_s^2} - \frac{1}{k_s}} = \\ &= \frac{9}{4} C D \frac{k_s^2}{k_n - k} \quad (A.53) \end{aligned}$$

Dove:

$$D = \frac{1+4\nu}{\left[\frac{1}{\nu^2} + \frac{2}{1-2\nu} \right]^2}$$

La (A.53) può essere rielaborata nella forma (A.54) dalla quale si calcola la rigidezza tangenziale k_s mediante i seguenti parametri: modulo tangenziale, rigidezza normale e coefficienti C e D funzioni della geometria dell'insieme di particelle e del coefficiente di *Poisson*.

$$\left(\frac{9}{4}CD\right)k_s^2 + (G)k_s - (G)k_n = 0 \quad (\text{A.54})$$

$$k_s = \frac{-G \pm \sqrt{G^2 + 9CDGk_n}}{(9/2)CD} \quad (\text{A.55})$$

BIBLIOGRAFIA

1. Adams R.A., "*Calcolo differenziale 2 – funzioni di più variabili*", Casa Editrice Ambrosiana, pg. 74-76, 2003;
2. AIPCR REPORT 08.08.B, "*Flexible pavements, evolution of specifications and quality system to deliver performance*", 2000;
3. ASTM Standards – D 3497/79, "*Standard Method for Dynamic Modulus of Asphalt Mixtures*", Annual Book of ASTM, 1995;
4. Bower A.F., "*Indentation of a Power Law Creeping Solid*", Proc. of the Royal Society of London, A441, pg. 97-124, 1993;
5. British Standards Institution, "*Determination of the indirect tensile stiffness modulus of bituminous mixtures*", London, BSI, DD 213, 1993;
6. Brown S.F., "*Material Characterisation for Analytical Pavement Design*", Developments in Highway Pavement Engineering, Vol.1, Applied Science Publishers, London, pg. 42-92, 1978;
7. Brown S.F., and Co-workers, "*Bituminous Pavements: Materials, Design and Evaluation*". Residential Course Lecture Notes: School of Civil Engineering, University of Nottingham, 2002;
8. Buttlar W.G., You Z., "*Discrete Element Modelling of Asphalt Concrete: A Microfabric Approach*", Transportation Research Record, n. 1757, pg. 111-118, 2001;
9. Chang G.K., Meegoda N.J., "*Simulation of the Behaviour of Asphalt Concrete Using Discrete Element Method*", 2nd International Conference On Discrete Element Methods, M.I.T., 1993;
10. Cheung C.Y., "*Mechanical Behaviour of Bitumens and Bituminous Mixes*", Ph.D. Thesis, References 173, Department of Engineering, University of Cambridge, 1995;
11. C.N.R., "*Determinazione della stabilità e dello scorrimento di miscele di bitume e inerti lapidei a mezzo dell'apparecchio Marshall*", B.U. n. 30, 1973;

12. Collop A.C., Khanzada. S., "*Permanent Deformation Behaviour of Idealised Bituminous Mixtures*", 3rd European Symp. on Performance and Durability of Bituminous Materials and Hydraulic Stabilised Composites, 1999;
13. Collop A.C., Cebon D., Hardy M.S.A., "*A visco-elastic approach to rutting in flexible pavements*", ASCE Journal Transportation Engineering, Vol. 121(1), pg. 82-93, 1995;
14. Collop A.C., McDowell G.R., Lee Y., "*Use of the distinct element method to model the deformation behaviour of an idealised asphalt mixture*", International Journal of Pavement Engineering, 2004;
15. Cundall P.A., Hart R., "*Numerical Modelling of Discontinua*", J. Engr. Comp., n. 9, pg. 101-113, 1992;
16. Cundall P.A. Ruest M.R. Guest A.R., Chitombo G., "*Evaluation of schemes to improve the efficiency of a complete model of blasting and rock fracture*", Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods, Konietzky H., A.A. Balkema, pg. 107-115, 2003;
17. Das A., "*Recent Trends in Bituminous Mix Design*", On Bituminous Mix Design, lecutre material, IIT Kanpur, 11-13th August, 2003;
18. De Josselin de Jong G., Verruijt A., "*Etude photo-elastique d'un empilement de disques*", Cahiers du Groupe Francais de Rheologie, n. 2(1), pg. 73-86, 1969;
19. Deshpande V.S., "*Steady-State Deformation Behaviour of Bituminous Mixes*", Ph.D. Thesis, Engineering Department, University of Cambridge, 1997;
20. Dolezalova M., Czene P., Havel F., "*Micromechanical Modeling of Stress Path Effects Using PFC2D Code*", Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky., A.A. Balkema, pg. 173-181, 2003;
21. Drescher A., Kim J.R., Newcomb D.E., "*Permanent Deformation in Asphalt Concrete*", Journal of Materials in Civil Engineering, n. 5(1), pg. 112-127, 1993;
22. Dunhill S.T., Airey G.D., Collop A.C., Scarpas A., "*Advanced constitutive modelling of bituminous materials*", International Journal of Pavement Engineering, Taylor & Francis, Vol. 7, N. 3, pg. 153-165, 2006;

-
23. Eisenmann J., Hilmer A., *"Influence of Wheel Load and Inflation Pressure on the Rutting Effect at Theoretical Investigations"*, 6th Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, Michigan, USA, 1987;
 24. Fitzgerald J.E., Vakili J., *"Nonlinear Characterization of Sand-asphalt Concrete by Means of Permanent-memory Norms"*, Experimental Mechanics, n.13, pg. 504-510, 1973;
 25. Gaskins F.H., *"The Rheology of Asphalt: Flow Characteristics of Asphalt"*, Transaction of the Society of Rheology, Vol. 4(435), pg. 265-278, 1960;
 26. Gibb J.M., *"Evaluation of Resistance to Permanent Deformation in the Design of Bituminous Paving Mixtures"*, Ph.D. Thesis, University of Nottingham, Department of Civil Engineering, January, 1996;
 27. Hainbüchner E., Potthoff S., Konietzky H., Kamp L., *"Particle based modelling of shear box tests and stability problems for shallow foundation in sand"*, Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods, Konietzky H., A.A. Balkema, pg. 151-156, 2003;
 28. Hazzard J.F., Young R.P., Maxwell S.C., *"Micromechanical Modelling in Cracking and Failure of Brittle Rocks"*, Journal Geophysical Research, n. 105(B7), pg. 16683-16697, 2000;
 29. Hofstra A., Klomp. A.J.G., *"Permanent Deformation of Flexible Pavements under Simulated Road Traffic Conditions"*, 3rd Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, London, 1972;
 30. Ishibashi I., Chen Y.C., *"Dynamic Shear Moduli and Their Relationship To Fabric of Granular Materials"*, Micromechanics of granular materials, ed. M. Satake and J.T. Jenkins, Elsevier Science Publishers B.V.: Amsterdam, References 177, pg. 95-102, 1988;
 31. Itasca, *"PFC: Particle flow code in two dimensions, Version 3.0"*, Itasca Consulting Group Inc., 2002;
 32. Johnson K.L., *"Contact Mechanics"*, Cambridge University Press., 1985;
 33. Jongepier R., Kuilman B., *"Characteristics of the Rheology of Bitumens"*, Proc. Association of Asphalt Paving Technologists, n. 38, pg. 98-112, 1969;
 34. Judycki J., *"Fatigue of Asphalt Mixes"*, University of Oulu, Publications of Road and Transport Laboratori, Oulu, Finland, 1992;
-

-
35. Judycki J., "*Nonlinear Viscoelastic Behaviour of Conventional and Modified Asphaltic Concrete Under Creep*", Materials and Structures, n. 25, pg. 95-101, 1992;
 36. Khanzada S., "*Permanent Deformation in Bituminous Mixtures*", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham, 2000;
 37. Kim. H., Wagoner M., Buttlar W., "*Fracture behaviour of asphalt mixtures using the disk-shaped compact tension test and discrete element method*", 10th International conference on asphalt pavements, Québec City, Canada, 12-17 August, 2006.
 38. Konietzky H., te Kamp L., Bertrand G., "*Modeling of Cyclic Fatigue Under Tension with P.F.C.*", Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky, A.A. Balkema: The Netherlands, pg. 101-105, 2003;
 39. Lai J.S., Anderson D., "*Irrecoverable and recoverable Nonlinear Viscoelastic Properties of Asphalt Concrete*", Highway Research Record, n. 468, pg. 73-88, 1973;
 40. Lethersich W., "*The Mechanical Behaviour of Bitumen*", Journal of the Society of Chemical Industry, Transactions and Communications, n. 61, pg. 101-108, 1942;
 41. Lu Y., Wright P.J., "*Numerical approach of visco-elastoplastic analysis for asphalt mixtures*", Computers and Structures, Pergamon, Vol. 69, pg. 139-147, 1998;
 42. McDowell G.R., Harireche O., "*Discrete Element Modelling of Soil Particle Fracture*", Géotechnique, n. 52(2), pg. 131-135, 2002;
 43. McDowell G.R., Harireche O., "*Discrete Element Modelling of Yielding and Normal Compression of Sand*", Géotechnique, n. 52(4), pg. 299-304, 2002;
 44. Meegoda N.J., Chang. G.K., "*Modeling of Viscoelastic Behaviour of Hot Mix Asphalt (HMA) Using Discrete Element Method*", 3rd ASCE Materials Engineering Conference, San Diego, 1994;
 45. Moavenzadeh F., Stander R.R., "*Effect of Aging on Flow Properties of Asphalt*", Highway Research Record, n. 178, pg. 1-29, 1967;
-

-
46. Moavenzadeh F., Soussou J., "*Viscoelastic Constitutive Equation for Sand Asphalt Mixtures*", Highway Research Record, n. 256, pg. 36-52, 1968;
 47. Monismith C.L., Secor K.E., "*Viscoelastic Behaviour of Asphalt Concrete Pavements*", 1st Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, 1962;
 48. Monismith C.L., Alexander R.L., Secor K.E., "*Rheologic Behaviour of Asphalt Concrete*", Association of Asphalt Paving Technologists, n. 35, pg. 400-450, 1966;
 49. Nadai A., "*Theory of Flow and Fracture of solids*", Vol. 2, McGraw-Hill, 1963;
 50. NCHRP SYNTHESIS 212, "*Performance-Related Specifications for Highway Construction and Rehabilitation*", Transport Research Board, Washington D.C., 1995;
 51. Ossa E.A., Deshpande V.S., Cebon D., "*A Phenomenological Model for the Monotonic and Cyclic Behaviour of Pure Bitumen*", Journal of Material in Civil Engineering, 2003;
 52. Pacini B., Picci L., "*Introduzione alla statistica*", ed. CLUEB, pg. 223-225, 2001;
 53. Pagen C.A., "*Rheological Response of Bituminous Concrete*", Highway Research Record, n. 67, pg. 1-26, 1965;
 54. Pell P.S., "*Fatigue of Bituminous Materials in Flexible Pavements*", Journal of the Institute of Highways Engineers, pg. 17-23, August 1971;
 55. Perl M., Uzan J., Sides A., "*Visco-Elasto-Plastic Constitutive Law for a Bituminous Mixtures under Repeated Loading*", Asphalt Materials, Mixtures, Construction, Moisture Effects and Sulfur, Transportation Research Record, n. 911, pg. 20-27, 1983;
 56. Powrie W., et al., "*Numerical Modelling of Plane Strain Tests on Sands Using a Particulate Approach*", Géotechnique, n. 55(4), pg. 297-306, 2005;
 57. Read J.M., Collop A.C., "*Practical fatigue characterisation of bituminous paving mixtures, Journal of the Association of Asphalt Paving Technology*", Vol. 65, pg. 74-108, 1997;
 58. RILEM REPORT 17, "*Bituminous Binders and Mixes*", Edited By L. Francken, An imprint of Routledge E & FN Spon, London and New York, 1998;
-

-
59. Rothenburg L., et al., "*Micromechanical Modelling of Asphalt Concrete in Connection with Pavement Rutting Problems*", 7th International Conference on Asphalt Pavements, 1992;
 60. Sadd M.H., Dai Q., "*Microstructural Simulation of Asphalt Materials: Modelling and Experimental Verification*", 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, New York, 2002;
 61. Scarpas A., et al., "*Finite Element Simulation of Damage Development in Asphalt Concrete Pavements*", 8th Int. Conf. on Asphalt Pavement, Seattle, 1997;
 62. Sisko A.W., "*Determination and Treatment of Asphalt Viscosity Data*", References 181, Highway Research Record, n. 67, pg. 27-37, 1965;
 63. Sousa J.B., Weissman S.L., "*Modelling Pavement Deformation of Asphalt-aggregate Mixes*", Asphalt Paving Technology, n. 63, pg. 224-257, 1994;
 64. Sousa J.B., et al., "*A Non-Linear Elastic Viscous with Damage Model to Predict Permanent Deformation of Asphalt Concrete Mixes*", 72nd Annual TRB Meeting, Washington D.C., 1993;
 65. Tashman L., Masad E., Little D., Zbib H., "*A microstructure-based viscoplastic model for asphalt concrete*", International Journal of Plasticity, Elsevier, Vol. 21, pg. 1659-1685, 2005;
 66. Thornton C., Ciomocos M.T., Yin K.K., "*Fracture of Particulate Solids*", Powders and Grains, ed. R.P. Behringer and J.T. Jenkins, Balkema: Rotterdam, pg. 131-134, 1997;
 67. Uzan J., "*Asphalt Concrete Characterisation for Pavement Performance Prediction*", J. Asphalt Paving Technology, n. 65, pg. 573-607, 1996;
 68. Van der Poel C., "*A General System Describing the Visco-elastic Properties of Bitumens and its Relation to Routine Test Data*", Journal of Applied Chemistry, n. 4, pg. 221-236, 1954;
 69. Van der Poel C. "*Representation of Rheological Properties of Bitumen Over a Wide Range of Temperatures and Loading Times*", 2nd Int. Congress on Rheology, 1954;
-

70. Van der Poel C., "*Time and Temperatures Effects on the Deformation of Asphaltic Bitumens and Bitumen-Mineral Mixtures*", Journal Society of Petroleum Engineers, pg. 47-53, 1955;
71. Van Dijk W., "*Practical Fatigue Characterisation of Bituminous Mixes*", Proceedings of the Association of Asphalt Paving Technologists (AAPT), Vol. 44, pg. 38-74, 1975;
72. Wanne T., "*PFC3D Simulation Procedure for Compressive Strength Testing of Anisotropic Hard Rock*", Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky, A.A. Balkema: The Netherlands, References 183, pg. 241-249, 2003;
73. Ward I.M., "*Mechanical Properties of Solid Polymers*", Wiley Interscience, 1971;
74. Welborn J.Y., Oglio E.R., Zenewitz J.A., "*A Study of Viscosity Graded Asphalt Cements*", Proc. Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 35, pg. 19-60, 1966;
75. Zhou J., Chi Y., "*Shear-band of Sand Simulated by Particle Flow Code*", Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky, A.A. Balkema: The Netherlands, pg. 205-210, 2003.